Datos y reporte en el Laboratorio de Mecánica

René Garduño

Temas de Física

las prensas de ciencias

Datos y reporte en el Laboratorio de Mecánica

René Garduño

FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

las prensas de ciencias

Datos y reporte en el Laboratorio de Mecánica
1ª edición, 2002
2ª edición, 2006

ISBN: 970–32–0165–2

Diseño de portada: Laura Uribe

Tipografía, edición y figuras: Pablo Rosell

Impreso y hecho en México

CONTENIDO

PRÓLOGO

Estos apuntes son la versión revisada de los publicados antes (Garduño, 1988). Originalmente fueron elaborados para el curso de Laboratorio de la materia Física Clásica I (Mecánica), del plan de estudios de 1967 de la carrera de Físico. Ese curso corresponde a la asignatura Laboratorio de Mecánica del nuevo plan de estudios aprobado este año y a ella se aplica este material.

Se anexa como Apéndice el Programa del Curso de Laboratorio de Mecánica que yo imparto y entrego a los alumnos del grupo al principio del semestre. Los apuntes cubren el tema del Taller 1 de ese Programa y suponen como antecedente inmediato el libro de Berta Oda (1997), el cual apoyaba al curso de Laboratorio de Física General, que era la asignatura previa a Mecánica en el Plan de Estudios anterior y que en el actual ya no existe.

Por su origen, estos apuntes se plantean para aplicarse a mecánica; consecuentemente se concretan y ejemplifican con temas de esta área, o sea movimientos; pero son aplicables también a otros tipos de fenómenos o áreas de la física de nivel similar. El programa del curso supone la secuencia de temas del libro de Resnick et al. (2001) que es el texto seguido comúnmente en la asignatura correspondiente Mecánica Vectorial. La importancia del Taller 2 radica en la utilidad de la fotografía para el trabajo científico, particularmente la estroboscópica y principalmente en mecánica. Para los ejemplos numéricos que doy, téngase en cuenta la fecha en que escribo esto, pues algunas de esas cantidades cambian en el tiempo.

Agradezco a Oscar Sánchez su ayuda en la actualización de estos apuntes, a Elvira Morales por la captura del texto y a Pablo Rosell por su asistencia técnica editorial.

Octubre de 2001

1

MEDIDAS E INCERTIDUMBRES

Toda cantidad física es resultado de una medición, la cual puede ser directa si se determina por medio de un aparato de medida, o indirecta si es resultado de cálculos en que intervienen mediciones directas.

Por lo tanto, toda cantidad física deberá expresarse con:

- Unidades (no las habrá si se trata de un número adimensional y se pueden omitir en cálculos intermedios donde queda claro qué unidades tiene cada término en la operación).
- Las cifras que sean significativas (no más).
- Incertidumbre explícita (eventualmente se puede omitir suponiendo que queda implícita —aunque vaga— en las cifras significativas).

Es básico reconocer —aunque sea implícitamente— la incertidumbre de toda cantidad física, ya que siendo en última instancia resultado de mediciones, uno solamente puede decir —con cierto grado de seguridad— que la cantidad en cuestión se halla dentro de cierto intervalo. El que este intervalo sea amplio o estrecho —y que sea posible determinarlo con fidelidad— es otro problema, que depende de lo burdo o refinado que sean las técnicas experimentales empleadas; pero ese intervalo siempre existe. La incertidumbre de una cantidad determina la confiabilidad de ésta. Para asignar la incertidumbre de una cantidad existen varios criterios, que son, en orden del más grueso al más fino, los siguientes:

- orden de magnitud
- cifras significativas,
- máximo error y
- desviación estadística.

Los dos primeros son criterios de incertidumbre implícita (no aparece algo de la forma $\pm\delta$) y los otros dos son de incertidumbre explícita (aparece algo de la forma $\pm\delta$)

El criterio de orden de magnitud consiste en reportar una cantidad solamente como un exponente de 10 de ciertas unidades. En tal caso se entiende que la potencia de 10 reportada es la más cercana a la cantidad en cuestión. (Se usan diversas notaciones para las potencias de 10, las más comunes son: $\wedge n \equiv En \equiv \times 10^n$). Esta técnica es vaga, pero útil para formarse una memoria de datos que conviene saber sólo a grandes rasgos, así como para cantidades muy grandes, muy pequeñas, poco nítidas o muy cambiantes. Por ejemplo, el presupuesto anual federal es del orden de billones de pesos ($\wedge$12\$), el diámetro del universo es $\wedge$26m, la masa de un virus es del orden de décimas de nanogramos ($\wedge-$10gr). En los ejemplos anteriores se quiere decir que el presupuesto federal anda entre 0.5 y 5 billones de pesos, que la masa de un virus es una cantidad comprendida entre $5\wedge-11$ y $5\wedge-10$ gr, etc. El criterio de cifras significativas[*] se aplica cuando no aparece explícitamente una incertidumbre ($\pm\delta$) en la cantidad, en tal caso se supone que la cantidad está dentro de un intervalo cuya cota inferior es la cantidad dada menos la mitad del valor de su última cifra (significativa) y cuya cota superior es la cantidad dada más la mitad del valor de su última cifra. O sea que la incertidumbre (δ) de la cantidad sería la mitad del valor de su última cifra. Por ejemplo, decir que

[*] Entendiéndose que son significativos los ceros a la derecha que aparezcan anotados; si no son significativos deberán evitarse usando potencias de 10. Los ceros a la izquierda (aún a la derecha del punto decimal) nunca son significativos.

el radio de la Tierra es de 6×10^6m significa que tiene un valor comprendido entre cinco mil quinientos y seis mil quinientos km; la constante universal de los gases de 8.314510J mol^{-1} K^{-1} implica una incertidumbre de 5×10^{-7}J mol^{-1} K^{-1}, 1×10^6 significa un millón ± medio millón, en cambio 10^6 quiere decir (criterio de orden de magnitud) una cantidad comprendida entre medio millón y 5 millones; por otro lado, 1000×10^3 significa un millón ± quinientos, 1'000,000 km es un millón de km con incertidumbre de medio km, y 1'000,000.000 km significa un millón exacto de km confiable hasta los metros. Estas convenciones sobre los criterios de incertidumbre no son aceptadas universalmente y, por lo tanto, no deben ser aplicadas rígidamente a cantidades reportadas por autores diversos.

La evaluación de una incertidumbre (δ) que se va a asignar explícitamente a una cantidad, puede hacerse generalmente de varias maneras con distinto grado de refinamiento. El criterio de máximo error implica una técnica burda y el de desviación estadística implica una técnica refinada. Por ejemplo, para la incertidumbre de un promedio, un criterio de máximo error indica usar la desviación absoluta máxima y un criterio de desviación estadística indica recurrir a la desviación estándar; para la pendiente de una recta, con un criterio de máximo error se determina(n) (la pendiente y) su incertidumbre a ojo —por medio de rectas auxiliares y demás—, y con un criterio de desviación estadística se calcula(n) por el método de mínimos cuadrados.

Como su nombre lo indica, el criterio de máximo error sobrevalora las incertidumbres y resulta pesimista. En cambio el criterio de desviación estadística es realista, ya que determina con precisión la probabilidad de que una medición de la magnitud en cuestión caiga dentro del intervalo de incertidumbre calculado. Oda (1997) presenta las técnicas de máximo error. Por otro lado, creemos que no se justifica aplicar las técnicas estadísticas para evaluar incertidumbres en el curso de Laboratorio de Mecánica —ni aún en los tres siguientes de la carrera—, debiendo aplazarlas para los Laboratorios de Física Contemporánea. Aquí trataremos de presentar técnicas de evaluación de incertidumbres menos burdas que las dadas por los criterios de máximo error, pero no tan avanzadas como las correspondientes a los criterios de desviación estadística. La bibliografía adecuada para este nivel comprende el libro de la serie The Open University (1974), que resulta un buen manual (conciso y práctico) y el libro de Gutiérrez (1986). Otro libro recomendable es el de Squires (1972), aunque su nivel es un poco más alto del propuesto, pero que resulta un buen texto de apoyo al laboratorio, más explícito que el de The Open University y muy bueno en su capítulo *Para escribir un artículo.* Los libros de Baird (1991) y Beers (1962) son aún más avanzados y serán de utilidad para cursos de laboratorio posteriores.

Antes de seguir adelante conviene hacer distinciones entre varios términos en los cuales a veces hay confusión; a saber: error, incertidumbre, discrepancia y equivocación. Tomaremos aquí la palabra *error* como sinónimo de *incertidumbre*, que es la mitad de la amplitud del intervalo de confiabilidad de una cantidad. *Discrepancia* es una cosa distinta, es la diferencia entre dos valores de una misma cantidad que se comparan entre sí, por ejemplo, entre un valor determinado experimentalmente y uno —de la misma cantidad— esperado, por ser el de aceptación general. *V.g.*, si en algún experimento la aceleración de la gravedad (g) resulta de 974 ± 6cm s^{-2}, es incorrecto hablar de un *error* de 4cm s^{-2} (porque 978 es el valor autorizado de g en la Cd. de México); hay una discrepancia de 4, pero el error es de 6cm s^{-2}. La palabra *equivocación* tiene un significado diferente (aunque no sea así en el lenguaje común) de los tres vocablos anteriores, significa el hecho de tomar una cosa por otra, como se diría vulgarmente es una *metida de pata*, por ejemplo, leer en un display 38 en vez de 83.

Se acostumbra distinguir dos tipos de errores: sistemáticos y accidentales. Es error sistemático aquél que afecta a todas las mediciones en el mismo sentido, i.e. las medidas resultan todas sobrevaluadas o todas subvaluadas. Es accidental aquel error que afecta a las medidas indistintamente en un sentido o en otro, i.e., puede sobre- o sub-estimar la medición. No siempre es fácil caracterizar un error en esta clasificación, la cual puede resultar ambigua. Los errores sistemáticos bien identificados generalmente son cuantificables y deben tratarse como correcciones que hay que hacer a las medidas.

En experimentos de mecánica frecuentemente se encuentra uno con errores de paralaje involucrados en el análisis de movimientos fotografiados estroboscópicamente. Un caso típico se ilustra en la figura 1 y se origina en el hecho de que el indicador de posición (de un movimiento unidimensional) se desplaza en una línea que está más cerca de la cámara que la referencia métrica (regla); el movimiento y la regla se suponen paralelos y separados por una distancia d. En estas circunstancias, la fotografía indicará valores erróneos de las posiciones para todas ellas, excepto para la posición $0'$ frente a la cámara; el error consiste en que la foto registra una posición falsa x' en vez de la correcta x, separadas por una distancia p debida al paralaje. Esta diferencia p tiene distinto signo a cada lado del punto 0 y su valor absoluto crece al alejarse de ese punto. Conociendo la distancia D de la cámara al movimiento, se puede evaluar p para cualquier punto mediante la sencilla expresión:

$$x' - x = p = \frac{d}{D}x \tag{1.1}$$

resultante de la semejanza de triángulos. Se consideran los ejes coordenados dirigidos hacia el mismo lado y con origen en 0.

De una manera tosca podría tomarse el error de paralaje como una incertidumbre accidental, considerando que una posición cualquiera x —independientemente de su signo y magnitud— tendrá un error por paralaje que nunca excederá cierto valor máximo $|p_{\max}|$, que es el valor absoluto del paralaje de la posición más alejada del centro de la regla. En este caso la incertidumbre por paralaje para todas las posiciones tendrá ese valor, i.e:

$$\delta x(\text{paralaje}) = |p_{\max}| \tag{1.2}$$

Naturalmente, la asignación de esta incertidumbre se ha hecho con un criterio de máximo error, inadecuado para el curso de

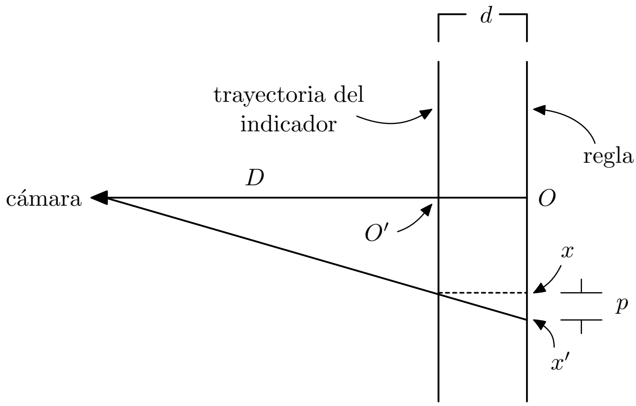


Figura 1

Laboratorio de Mecánica. Una manera más aceptable es tratar el error de paralaje como sistemático en vez de accidental, dividiendo las mediciones en dos grupos y notando que las posiciones a un lado de 0 están sobrevaluadas y las del lado contrario están sub-valuadas; como además se conocen el signo y la magnitud del error para cada posición —dado por la ecuación 1.2—, la incertidumbre deberá tratarse como corrección, modificando el valor leído de cada posición. Es decir, no hay que asignar a una medición una incertidumbre $\pm\delta$ sabiendo que esa cantidad δ va sumada a la medición; simplemente hay que sumarla y deja de ser incertidumbre. Análogamente si δ es una cantidad por restar.

Conceptos muy ligados a los de error sistemático y error accidental (también llamado estocástico) son los de exactitud y precisión. Se dice que una medida es exacta si tiene errores sistemáticos pequeños y se dice que es precisa si los errores accidentales que la afectan son chicos. Por ejemplo, considere dos conjuntos (A y B) de tiros al blanco, ilustrados en la figura 2 —el blanco es el cruce de los ejes continuos—. El conjunto A de tiros tiene más exactitud, pero menos precisión, que el conjunto B; o sea que los tiros del conjunto B tienen errores sis-

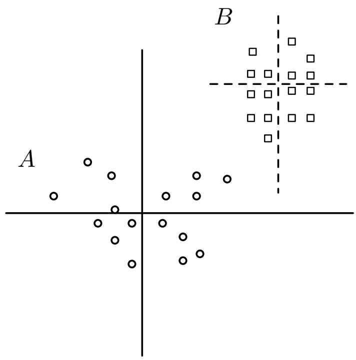


Figura 2

temáticos mayores, pero errores accidentales menores, que los del conjunto A.

Es usual clasificar las mediciones en dos tipos: reproducibles y no-reproducibles. Se dice que una medida es reproducible si da el mismo valor todas las veces que se toma, independientemente del observador que lo haga. Por ejemplo, pesar un cuerpo en una balanza es una medición generalmente reproducible. O sea que la reproducibilidad de una medida requiere que en ella no (o casi no) intervengan errores personales de apreciación; para esto es necesario también que la magnitud por medir sea nítida. En este caso no tiene sentido repetir la medición (lo cual se haría para detectar dispersión de sus valores), pero sí es recomendable ratificarla (para evitar equivocación en la lectura).

Una medida es no-reproducible si al repetirla da un valor distinto, ya sea porque la magnitud física en sí presente fluctuaciones o porque los errores de apreciación sean notables (y distintos experimentadores hagan lecturas diferentes). Naturalmente, en este caso es indispensable repetir la medición (al menos cinco veces) para determinar un valor representativo de la misma, con su correspondiente error por dispersión. Un ejemplo sencillo de medida no-reproducible consiste en determinar la altura que alcanza una pelota luego de rebotar en el piso al soltarla desde una posición fija. Debido a que el fenómeno mismo fluctúa y a que la medida debe hacerse instantáneamente (pues eso dura el móvil en su altura máxima), las lecturas del mismo evento hechas por distintos experimentadores y más aún las de diversos eventos, serán diferentes entre sí; al menos en los milímetros, para un rebote del orden de 1m.

No hay que confundir medición reproducible (o no-reproducible) con experimento reproducible (o no-reproducible), pues ambas cosas son más bien opuestas. Un experimento es reproducible cuando puede efectuarse varias veces dentro de ciertas condiciones controlables que se mantengan constantes, siendo entonces posible repetir la medición de la misma magnitud física en diferentes experimentos equivalentes. En tal situación, la repetición de las mediciones sirve para detectar fluctuaciones debidas a las condiciones no controladas del experimento. Por lo tanto, la detección de estas fluctuaciones requiere que el experimento sea reproducible, y se hace repitiendo varias veces la medición (que es no-reproducible). El que una medición sea o no reproducible depende de la posibilidad de realizar varios experimentos equivalentes, de la disponibilidad de instrumentos de medida e incluso de que los experimentadores sean uno o varios.

Ejemplifiquemos con un experimento típico del Laboratorio de Mecánica: la caída libre. La forma más sencilla de estudiar este movimiento es fotografiar estroboscópicamente la caída de una pelota de golf, soltada con la mano. La medición —por medio de una regla o de un flexómetro— de las posiciones sucesivas registradas de este modo es reproducible. Podría pensarse en hacer estas medidas no-reproducibles, recurriendo a un(o) (o varios) vernier(s) para usarlo(s) en vez de la regla. Desde luego que la medición de una distancia en una proyección sobre una pantalla por medio de un vernier es no-reproducible, siempre y cuando en sus repeticiones intervengan distintas personas, y más todavía si se usan varios verniers (no sucederá así si una misma persona hace las medidas, pues éstas resultarán prejuiciadas y no mostrarán fluctuaciones). Sin embargo, este modo de proceder es absurdo, ya que el vernier sólo es útil —en general— para medir objetos rígidos contra cuyos bordes (internos o externos) puedan recargarse los brazos del instrumento. El vernier es inadecuado para hacer medidas en el aire, ajustando a ojo sus brazos a puntos que están detrás de él, como las marcas fotográficas (que además nunca son totalmente nítidas) que aparecen en una proyección sobre la pantalla. En estas circunstancias los errores de apreciación son enormes y son los causantes de la no-reproducibilidad de las medidas, las cuales mostrarán errores de dispersión comparables a los errores de escala del instrumento desechado por burdo (por ejemplo, la regla en mm). O sea que las cifras que reporta el vernier en este caso no son todas significativas, pues las medidas fluctúan en más de una de dichas cifras.

Una manera mejor de hacer no-reproducibles aquellas medidas originalmente reproducibles es analizar varios experimentos equivalentes; o sea detectar las fluctuaciones del experimento en sí mismo, más que las fluctuaciones de las medidas (por hacerse con distintos instrumentos o por distintos experimentadores). Para detectar las fluctuaciones propias de la caída libre debe repetirse varias veces el movimiento, controlando sus condiciones iniciales (aparte —claro— de sus condiciones físicas). Es decir, asegurarse que el movimiento parta –por ejemplo— del reposo y justamente a un destello del estroboscopio; con esto podremos tomar varias fotos estroboscópicas y medir (por ejemplo, con un microscopio-vernier y teniendo cuidado con los errores de nitidez-apreciación) las posiciones sucesivas de la pelota, correspondientes a varios movimientos equivalentes; así obtendremos medidas no-reproducibles de cada posición. Otra manera de detectar estas fluctuaciones es medir (por ejemplo, con un cronómetro electrónico y fotoceldas) el tiempo que tarda la pelota en recorrer cierta distancia, repitiendo varias veces el movimiento; con esto obtendremos medidas no-reproducibles de cada intervalo de tiempo.

La incertidumbre de una medida reproducible es la mitad de la menor división *posible* de la escala de medida del instrumento. Puede suceder que la escala de medida tenga sus divisiones menores un tanto separadas, que entre ellas cabrían más divisiones que el instrumento no trae, las cuales pueden ser trazadas o sobrepuestas con la escala de un instrumento más refinado y resulten legibles. En este caso la incertidumbre estará dada por la escala sobrepuesta y no por la escala original. Esta situación se presenta frecuentemente en el Laboratorio de Mecánica; la referencia métrica, que se fotografía (estroboscópicamente) con el movimiento, es una regla de madera divida en centímetros (divisiones menores no saldrían en la foto). Una reducción adecuada —y cómoda— al proyectar la foto en la plantalla es al 50% en las dimensiones lineales (i.e., 1cm de escena mida 5 mm en pantalla). De este modo es factible determinar posiciones (midiendo en la pantalla con una regla en mm) que tengan precisión de pares de mm, entonces la incertidumbre de estas medidas será de $\pm$1mm, la quinta parte de la que se leería directamente sobre la regla fotografiada. Asimismo, la cifra de los mm no es completa, es media cifra, pues sólo puede tomar 5 de los 10 valores. (Esto se aclara más en la Sección 2). Prácticamente no es posible tener mayor precisión, pues si se proyecta, por ejemplo, a escala 1:1 las imperfecciones de nitidez también se amplifican y los errores de apreciación por indefinición del indicador de posiciones (generalmente un alfiler de cabeza grande) son comparables a los errores de escala.

Una medida no-reproducible se reporta como el promedio (llamado también valor medio o simplemente media) de los varios (≥ 5) valores registrados. Para determinar la incertidumbre de un promedio hay una técnica de máximo error (desviación absoluta máxima —d.a.m.—) y una técnica estadística (desviación estándar). De acuerdo con la línea de este curso, introduciremos aquí una técnica intermedia entre estas dos, descrita a continuación. Una buena aproximación de la desviación estándar (como se puede ver haciendo algunos ejemplos) es cinco cuartos del promedio de los valores absolutos de los residuos, o desviaciones respecto al promedio de los valores individuales. En símbolos:

Sea el conjunto de medidas no reproducibles $\{x_i\}$, su promedio es

$$\bar{x} \equiv \frac{1}{n}\sum^{n} x_i$$

sus residuos son $d_i \equiv x_i - \bar{x}$, entonces, siendo s la desviación estándar,

$$s \approx \frac{5}{4}|\overline{d}| \tag{1.3}$$

De modo que en este curso reportaremos una medida no-reproducible (x) de la siguiente forma:

$$x = \overline{x} \pm \frac{5}{4}|\overline{x_i - \overline{x}}| \tag{1.4}$$

2

PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES

Las cifras significativas de una medida directa están dadas por la escala del instrumento usado; sin embargo, es válido agregar una más que se estima entre las divisiones menores de la escala. Generalmente, esta cifra estimada no puede tomar cualquier valor del conjunto de dígitos; muy comúnmente sólo puede ser 0 o 5, significando que sólo es posible interpolar una división imaginaria entre dos de las menores que tiene la escala (y entonces se diría —nomenclatura usada en displays electrónicos— que es media cifra o medio dígito). Otro subconjunto común de valores que la cifra estimada puede tomar es el de los dígitos pares (como en el caso explicado de proyectar a escala 2:1 una foto estroboscópica), lo cual quiere decir que uno puede interpolar cuatro divisiones imaginarias (ignoro cómo se le llamaría en esa nomenclatura a esta fracción de cifra)*.

También hay que hacer notar que la incertidumbre de una cantidad debe afectar sólo a la última o a las dos últimas cifras de ésta y dicha incertidumbre no debe tener más de 1.5 cifras (nomenclatura de display) significativas. De modo que resulta absurdo reportar cosas como:

a) $3\,\mathrm{m} \pm 2\,\mathrm{cm}$. (La cantidad es muy vaga y su incertidumbre muy *precisa*. La incertidumbre afecta a los centésimos de la última —y única— cifra significativa de la cantidad).

---

* Por eso sugiero una nomenclatura distinta que resultaría más completa. Se llamarían: cifra (entera) aquélla cuyo valor puede ser cualquiera de los 10 dígitos; media cifra a la que sólo puede tomar los valores 0,2,4,6 u 8; quinta parte de cifra aquella que sólo puede valer 0 o 5; etc.

b) $4,308 \pm 10^2$ gr. (La cantidad es muy *precisa* y la incertidumbre muy vaga. La incertidumbre afecta a las tres últimas cifras).

c) $27.36{\pm}1.42$ seg. (Cantidad e incertidumbre son muy *precisas*. Aparentemente —antes de ver su incertidumbre— la cantidad es muy precisa; pero se decepciona uno al notar que su incertidumbre hace desconfiar de 3 de las cifras y además el intervalo de confiabilidad no puede estar tan perfectamente delimitado).

Correctamente debería reportarse:

a) 3 m (sin incertidumbre explícita, criterio de cifras significativas),

b) $4.3 \times 10^3 \pm 10^2$ gr o 4.3 ± 0.1 kg,

c) 27.5 ± 1.5 seg.

Acerca del redondeo (que se supone manejan todos en este nivel), sólo es necesario un recordatorio para el caso en que la cifra por eliminar sea 5: la anterior sube si es impar y se queda igual si es par, o sea que se tiende a tener dígitos pares.

Lo básico que hay que tener en cuenta en la propagación de incertidumbre, es que la exactitud del resultado de una operación aritmética no puede ser mayor que la exactitud del ingrediente más inexacto que intervenga en la operación. Si la operación sólo involucra sumas y restas, el resultado tendrá tantos decimales como el término de la operación que menos tenga. La no observancia de esta regla lleva a situaciones chistosas como la gran *precisión* con la que supuestamente el gobierno reportaba (en informes presidenciales de antaño) sus inversiones —cantidades de 8 o más cifras *significativas*—. O como el caso de alguien que, parado cerca de una marca de kilometraje en carretera, midiera con una cinta métrica 7.58 m a la señal y dijera: *estoy a* 42,007.58 m *de la ciudad de México.*

En caso de que la operación sólo incluya multiplicaciones y divisiones el resultado deberá tener tantas cifras significativas como el factor de la operación que menos tenga. Generalmente esto no es atendido por las agencias noticiosas, que traducen a moneda nacional cantidades anunciadas —por ejemplo, con una cifra significativa— en el extranjero y en moneda de aquel país. *V.g.*, la noticia original dice: "E.U.A. destinará 7 millones de dólares, como ayuda al país X"; la noticia traducida dice: "E.U.A. destinará 64'610,000 pesos…", aplicando el tipo de cambio del día dado por los bancos con tres cifras significativas: 9.23$/Dl. a la venta; siendo que el precio de compra difiere desde la segunda cifra. Algo parecido sucede cuando se traduce un libro de física, cuya edición original trae los ejercicios con datos redondeados (que naturalmente se suponen fruto de mediciones) en unidades del sistema inglés; entonces se traducen estos datos a unidades del sistema internacional, quedando con tres o más cifras significativas. En ambos casos, y absurdamente, la precisión de los datos mejoró mucho por el sólo hecho de traducirlos. Es necesario insistir en el manejo correcto de las cifras significativas (incluso en tareas y exámenes de teoría), sobre todo porque el alumno (posiblemente para impresionar al maestro) reporta cantidades con las ocho cifras que le da el display de su calculadora.

La incertidumbre (δx) de una cantidad (x) puede expresarse en forma absoluta (δx) o en forma relativa —también llamada porcentual— ($\delta x/x$) , siendo más expresiva la segunda forma. La incertidumbre absoluta generalmente es mayor entre mayor es la cantidad a que pertenece y además tiene dimensiones; de modo que la incertidumbre relativa generalmente es independiente de la cantidad y —por lo tanto— es una medida del refinamiento propio de la técnica experimental empleada, además de ser adimensional. Así por ejemplo, un error de $\pm 8\,\mathrm{m}$ en la determinación de la distancia entre dos calles vecinas ($\sim 100\,\mathrm{m}$), indica que la técnica de medición es muy burda; pero los mismos $\pm 8\,\mathrm{m}$ en la medición de la distancia entre los centros de las plazas principales de dos poblaciones vecinas ($\sim 20\,\mathrm{km}$) indica que la técnica empleada es muy refinada (dos cientos de veces más refinada que la anterior). Otro ejemplo: el conteo de 10 gruesas (1 gruesa = 12 docenas) de naranjas con una incertidumbre de ± 3 naranjas es una técnica de medición igualmente precisa (precisión de 99.8%) que la empleada para pesar un insecto ($\sim$ 0.05 gr) con una incertidumbre de $\pm$ una décima de mg.

Cuando una cantidad está afectada por errores de diversa índole, provenientes de varias fuentes de incertidumbre, se presenta el problema de calcular su incertidumbre neta. Un criterio de máximo error indica que los errores parciales deben sumarse en sus valores absolutos para obtener el error total. Naturalmente esta forma de proceder es pesimista, pues es muy improbable que varios errores que afectan independientemente a una cantidad operen todos en el mismo sentido; es más adecuado pensar que unos cancelen parcialmente a otros, siendo esto más cierto entre mayor sea el número de errores involucrados. Un resultado de la teoría estadística que aplicaremos en este curso establece la forma de obtener el error neto realista: se suman los cuadrados de los errores individuales y se saca raíz cuadrada a esta suma. Este resultado supone que los errores son independientes entre sí. En símbolos:

$$E = \sqrt{\sum \varepsilon_i^2} \tag{2.1}$$

donde E es el error total y ε_i los errores parciales.

La fórmula 2.1 toma dos formas distintas según se aplique a operaciones con sumas y restas, o a operaciones con multiplicaciones y divisiones. Consideremos una operación de sumas y restas; por ejemplo, (sin pérdida de generalidad):

$$x = e + f - g. \tag{2.2}$$

Ahora busquemos la forma en que el error de uno de los términos afecta al error del resultado:

Sea $\delta x|_e$ el error de x debido exclusivamente al error en e, entonces

$$x \pm \delta x|_e = (e \pm \delta e) + f - g \tag{2.3}$$

y restando (2.2) de (2.3), resulta

$$\delta x|_e = \delta e, \tag{2.4}$$

(análogamente sucedería con cualquier otro término) o sea que la incertidumbre absoluta del resultado, debida a uno de los términos de la operación, es la incertidumbre absoluta de dicho término. Por lo tanto, tratándose de sumas y restas, la fórmula (2.1) debe aplicarse a los errores absolutos; de modo que si se tiene la expresión general:

$$x = a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - \cdots \tag{2.5}$$

resultará:

$$\delta x = \sqrt{\sum (\delta a_i)^2} \tag{2.6}$$

Tratándose de una operación que sólo involucre multiplicaciones y divisiones, por ejemplo:

$$x = \frac{ef}{g}, \tag{2.7}$$

el error en x debido al factor e vendrá de:

$$x \pm \delta x|_e = \frac{(e \pm \delta e)f}{g} = \frac{ef}{g} \pm \frac{f}{g}\delta e; \tag{2.8}$$

restando (2.7) a (2.8) y dividiendo la diferencia entre (2.7), resulta:

$$\frac{\delta x|_e}{x} = \frac{\delta e}{e}. \tag{2.9}$$

O sea que la incertidumbre relativa del resultado, debida a uno de los factores de la operación, es la incertidumbre relativa de dicho factor, y el error de cada factor incide de este modo en el producto. Usted puede completar los pasos intermedios de (2.8) a (2.9). Por lo tanto, tratándose exclusivamente de multiplicaciones y divisiones, la fórmula (2.1) se aplica a los errores relativos; de modo que para la expresión general:

$$x = \frac{a_1 a_3 \cdots}{a_2 \cdots}, \tag{2.10}$$

se tendrá

$$\frac{\delta x}{x} = \sqrt{\sum \left(\frac{\delta a_i}{a_i} \right)^2}. \tag{2.11}$$

Como puede demostrarse fácilmente de la ecuación (2.1), un error (absoluto para sumas-restas, relativo para multiplicaciones-divisiones) que sea un tercio —o una fracción menor— del error dominante, se puede despreciar, pues su efecto no excedería del 5% del error total.

Por otro lado, tratándose de una potencia

$$x = ka^n, \tag{2.12}$$

el error resultante estará dado por:

$$\frac{\delta x}{x} = n \frac{\delta a}{a}. \tag{2.13}$$

Esto no es caso particular de las reglas dadas por (2.10) y (2.11), ya que éstas sólo se aplican al caso en que los δa_i son independientes; de manera que al multiplicar por sí misma n veces para obtener x, estos n factores son el mismo y sus incertidumbres de ningún modo son independientes entre sí. Por ejemplo, al obtener el volumen de un cubo midiendo su arista, el valor de ésta puede resultar excesivo, entonces el volumen resultará triplemente excedido y es impensable que las contribuciones de las aristas al error del volumen puedan cancelarse parcialmente entre sí.

Para una función cualquiera

$$y = f(x), \tag{2.14}$$

la incertidumbre se propaga tratándola como una diferencial, entonces se tiene:

$$\delta y = \left| \frac{df}{dx} \right|_x \delta x. \tag{2.15}$$

Por ejemplo:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} \pm 0.02\right) = \sin\frac{\pi}{3} \pm 0.02 \cos\frac{\pi}{3}.$$

Si la función es de múltiples variables

$$z = f(x_1, x_2, \ldots), \tag{2.16}$$

se tiene

$$\delta z = \sqrt{\sum_i \left(\delta z|_i\right)^2}, \tag{2.17}$$

donde

$$\begin{aligned} \delta z|_i &= f(x_1, \ldots, x_i + \delta x_i, x_{i+1}, \ldots) - f(x_1, x_2, \ldots) \\ &= \left.\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|_{x_i} \delta x_i. \end{aligned} \tag{2.18}$$

3

AJUSTE DE RECTAS

Una técnica para el ajuste de rectas, la cual es de nivel intermedio entre la de máximo error (a ojo) y la desviación estadística (mínimos cuadrados), y que resulta adecuada para el curso, es la llamada de pares de puntos, introducida por Gutiérrez (1986) y en The Open University (1974), descrita a continuación. La idea de este método es obtener la pendiente de la mejor recta promediando las pendientes individuales que resultan de cada par de puntos experimentales, tomados de la forma siguiente: dividir el conjunto de (n) puntos experimentales en dos subconjuntos —de igual cardinalidad entre sí—, los $n/2$ primeros y los $n/2$ últimos[*]; en cada par de puntos debe haber uno de cada subconjunto, asociando el primer punto del primer subconjunto con el primero del segundo y así sucesivamente.

En símbolos (figura 3):

Sea el conjunto de n (10 en la figura) puntos experimentales: $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^{n}$, n par; que dividimos en los subconjuntos:

$$\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^{n/2} \quad \text{y} \quad \{(x_i, y_i)\}_{i=n/2+1}^{n}$$

entonces los $n/2$ (cinco en la figura) pares de puntos son:

$$(x_1, y_1) \text{ con } (x_{n/2+1}, y_{n/2+1}), \ldots, (x_{n/2}, y_{n/2}) \text{ con } (x_n, y_n);$$

esto nos da $n/2$ pendientes individuales

$$m_j, \quad j = 1, \ldots, n/2$$

[*] La aplicación del método requiere que el número (n) de puntos experimentales sea par, en caso contrario hay que eliminar uno de los puntos extremos o el central.

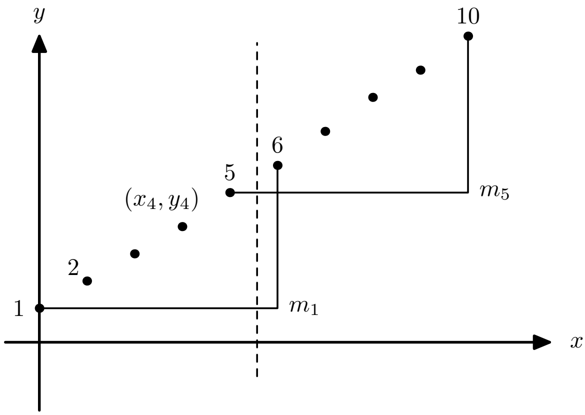


Figura 3

definidas por:

$$m_j = \frac{Dy_j}{Dx_j}, \tag{3.1}$$

donde

$$Dx_j = x_{n/2+j} - x_j, \qquad Dy_j = y_{n/2+j} - y_j. \tag{3.2}$$

La pendiente de la mejor recta es entonces:

$$m = \overline{m} \pm \delta m$$

con

$$\overline{m} = \frac{\sum_{j=1}^{n/2} m_j}{n/2}, \tag{3.3}$$

con su correspondiente incertidumbre dada por la ecuación (1.4).

Para que la mejor recta quede completamente definida, se requiere que pase por el punto (de coordenadas):

$$(\overline{x}, \overline{y}), \tag{3.4}$$

que es el promedio de (las coordenadas de) los puntos experimentales.

Conociendo su pendiente(3.3) y un punto (3.4) por donde pasa la mejor recta, se tiene determinada su ordenada al origen:

$$b = \overline{y} - m\overline{x}. \tag{3.5}$$

En esta ecuación los promedios $(\overline{x}, \overline{y})$ no tienen incertidumbre, pues proceden de un artificio aritmético, no de fluctuaciones físicas; en cambio, m y b sí tienen incertidumbres, y mediante esta ecuación la incertidumbre de m, resultante de la promediación (3.3), se propaga a b.

Generalmente se procura (y efectivamente se obtiene) que los puntos experimentales estén equidistantes en el eje horizontal, dado que este eje corresponde a la variable independiente, cuyos valores son escogidos libremente. En tal caso las Dx_j tienen el mismo valor Dx, simplificándose la expresión para $\overline{m}$, quedando:

$$\overline{m} = \frac{\overline{Dy}}{Dx}. \tag{3.6}$$

De cualquier modo, aun cuando los x_i no sean equidistantes, el método de *pares de puntos* sólo es aplicable si los x_i son aproximadamente equidistantes, pues de lo contrario la pendiente (m) no está correctamente calculada con el promedio (3.3) porque las pendientes individuales (m_j) no tienen el mismo peso en el promedio, ya que sus incertidumbres pueden ser disímbolas; puntos cercanos aportan incertidumbre grande y puntos lejanos incertidumbre pequeña. Las parejas de puntos deben ser traslapadas —como se han definido—, ya que asociarlos consecutivamente (el punto i con el $i + 1$) hace que en el promedio (3.6) el numerador se simplifique indebidamente a:

$$\overline{Dy} = \frac{(y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \cdots + (y_n - y_{n-1})}{n} = \frac{y_n - y_1}{n}, \tag{3.7}$$

con lo que la pendiente queda determinada únicamente por los puntos extremos (el 1 y el n), resultando (indebidamente) inútiles los $(n - 2)$ puntos intermedios.

Podría pensarse en evitar la cancelación (3.7) de los puntos intermedios, tomando parejas de puntos consecutivos, pero no todas, sólo la mitad de ellas, alternadamente: el 1^{o} con el 2^{o}, el 3^{o} con el 4^{o}, etc. Sin embargo, esto tampoco es práctico, ya que las incertidumbres (relativas) se amplifican al reducir las magnitudes de los catetos —con los cuales se calculan las pendientes—, dejando inalteradas sus incertidumbres absolutas.

4

REPORTE EXPERIMENTAL

Al reportar una práctica de laboratorio hay que pensar en un lector con preparación similar a la de quien hace el reporte. De modo que no es necesario hacer una amplia exposición de la teoría referente al experimento realizado, ni tampoco se requieren descripciones detalladas del instrumental empleado ni de las técnicas con que se analizaron los datos. Sin embargo, y por otro lado, hay que mencionar las leyes y ecuaciones teóricas relacionadas directamente con el experimento, describir brevemente la técnica experimental empleada y aludir al método seguido en el manejo de los datos.

En general, hay que evitar repetir detalles sobre técnicas experimentales (funcionamiento de aparatos, cálculo de paralaje, ajuste de rectas, etc.) que ya se hayan descrito en reportes previos, basta mencionarlas (se calibró el estroboscopio, se hizo la corrección por paralaje, se calculó la pendiente por el método de *pares de puntos*, etc.). La forma verbal más recomendable para un reporte es el pasado impersonal (se implementó, se analizó, etc.).

El reporte debe iniciarse con los datos de *Identificación*, a saber: número y título de la práctica, fecha (la correspondiente al día en que se concluyó el experimento) y nombres del que reporta y de sus compañeros de equipo. A continuación va el *Resumen* (o *Abstract*), en el cual se bosqueja (en 5 o 10 renglones) lo que se buscó y lo que se encontró con el experimento realizado; puede contener resultados importantes, pero no símbolos ni ecuaciones.

Luego viene la *Introducción*, que debe contener:

- El enunciado del objetivo de la práctica.

- Las consideraciones teóricas que sitúen al experimento en el marco de la física, sin deducir fórmulas ni recurrir a tecnicismos. Aquí debe quedar claro qué relaciones (y entre qué variables) se espera encontrar. Y

- Las hipótesis, que indiquen las condiciones que se espera se cumplan en el experimento y bajo las cuales son válidas las relaciones teóricas. Las hipótesis deben enunciar cuestiones primitivas y no consecuencias de ellas. Hipótesis correctas serían: la fricción entre esto y aquello es despreciable, la masa de tal cosa no se toma en cuenta, etc.

Después se describe el *Procedimiento* seguido para tomar los datos, en el cual se debe hablar de:

- El dispositivo usado, ilustrado por medio de un diagrama que contenga (identificados) sus elementos relevantes; de este modo no hace falta poner una lista exhaustiva y monótona del material, el instrumental y los aparatos utilizados. Conviene incluir en el diagrama el (los) eje(s) de referencia, especificando su(s) origen(es), dirección(es) y sentido(s).

- Los puntos de cuidado en el montaje del dispositivo y en las mediciones efectuadas.

- El modo en que se produjo y controló el movimiento. Y

- La forma en que se tomaron y analizaron los datos experimentales.

Dentro del Procedimiento también debe describirse la planeación experimental. Por ejemplo, la estimación previa de la incertidumbre de los resultados, con base en las incertidumbres de los diversos elementos del diseño. A veces se requiere específicamente —desde el objetivo— una exactitud mínima para el (los) resultado(s); en tal caso ha de cuantificarse previamente la tolerancia permitida a cada factor que interviene. Esto también sirve para homologar los instrumentos de medida; por ejemplo, dado que el estudio de un movimiento consiste básicamente en determinar tiempos y posiciones, de poco sirve un sistema electrónico que mida los tiempos con siete dígitos, cuando las posiciones se miden con tres; en tal caso aquellas cifras de siete dígitos deben redondearse a sólo tres, desperdiciando cuatro; mejor sería medir los tiempos con un instrumento más sencillo que nos los diera con tres dígitos. Otro aspecto importante de la planeación experimental es la evaluación aproximada de la frecuencia adecuada de centelleo del estroboscopio para obtener en la fotografía el número deseado de puntos experimentales. En ocasiones el movimiento es tan breve que no es posible apreciar su duración con un cronómetro; cuando esto pasa, el tiempo se estima por medio de conocimientos físicos que pueden ser distintos de las consideraciones teóricas del experimento, y también pueden ser iguales a éstas, en cuyo caso se usarían como consecuencia de las hipótesis y justificarían *a posteriori* con las conclusiones del experimento. Basten éstos como aspectos ejemplares de la planeación experimental.

Luego viene el apartado de *Resultados*, que comprende las tablas, las gráficas y la determinación de los parámetros de éstas. La siguiente sección (5) de estos apuntes trata detalladamente de las tablas y las gráficas.

A continuación va la sección de *Conclusiones y Comentarios*, donde se destacan:

- Los resultados numéricos más importantes encontrados en la práctica.
- Las relaciones matemáticas entre las variables analizadas.
- La coincidencia o discrepancia entre los resultados obtenidos y los esperados.
- Las posibles causas de estas discrepancias, en su caso. Mencionando sólo las que se crean más relevantes y en

orden de importancia; justificando esta selección de causas en función de las hipótesis y evaluando gruesamente su efecto, o al menos el signo de éste. Y

- Sugerencias concretas para eliminar o disminuir las discrepancias mencionadas y mejorar así el experimento.

Por último hay que consignar la *Bibliografía* consultada, tanto para la teoría física como para el manejo de datos.

Lo más importante del trabajo experimental —y que debe manifestarse en el reporte— es su consistencia y secuencia lógicas. Es decir, cada cosa que se haga y consigne debe dirigirse al objetivo planteado, que nunca debe perderse de vista. Lo contrario es montar dispositivos y tomar datos sin ton ni son, solo imitando lo que hacen los compañeros de junto; esto naturalmente produce un reporte incoherente. La lógica radica en lo siguiente. Se plantea un problema (que se enuncia en el objetivo); uno espera ciertos resultados, porque ya muchos otros (y varios de ellos seguramente con métodos más refinados) lo han obtenido. Lo presunto es algo que uno sabe por la teoría (y establece en las consideraciones teóricas); pero esto resulta solamente si se cumplen ciertas condiciones ideales (las hipótesis). Estas se refieren a las condiciones físicas del experimento; o sea, qué fuerzas están presentes y van a determinar el movimiento y cuáles no lo están ni van a influir. Esto lleva al cumplimiento de una ley física general; pero en el experimento se analiza sólo un caso particular de ella. La particularidad está definida por la forma y los valores concretos que toman las fuerzas y por las condiciones iniciales y de frontera que especifican cómo comienza el movimiento, el intervalo espacio-temporal analizado, etc.

Llamamos producción y control del movimiento a las acciones que llevan a satisfacer las condiciones físicas e iniciales planteadas. A este cumplimiento deben responder también el dispositivo, los puntos de cuidado y la toma de datos.

De las consideraciones teóricas salen relaciones matemáticas que presumiblemente obedecerán las variables físicas medidas en el experimento, las cuales al ser graficadas adecuadamente (con los cambios de variable correspondientes y necesarios) deben alinearse en una recta, cuyos parámetros (pendiente y ordenada al origen) tienen un significado físico y de alguno(s) de ellos esperamos un(os) valor(es) numérico(s) específico(s). Si de las gráficas resulta lo esperado, todo va bien; en caso contrario —y de no haber equivocaciones— la causa de la discrepancia radica ciertamente en las hipótesis, o sea que las condiciones ideales no se cumplieron satisfactoriamente, rebasaron la incertidumbre experimental deseada. En las Conclusiones y Comentarios se asientan los principales resultados, se analizan en su caso las discrepancias y sus fuentes, también se sugiere cómo reducirlas.

5

TABLAS Y GRÁFICAS

En la(s) tabla(s) se enlistan los valores medidos de las variables analizadas y la(s) transformación(es) que se les haya(n) practicado al hacer cambio(s) de variable. Es conveniente poner en la primera columna la variable independiente, en la segunda la dependiente y en la(s) siguiente(s) el (los) cambio(s) de variable realizado(s). Cada columna de la tabla debe tener un encabezado en que aparezcan el nombre de la variable tabulada, el símbolo con que se identifica en el resto del reporte y las unidades en que estén sus valores. No hay que poner las unidades en cada renglón, basta con indicarlas en la cabeza de la columna. En caso de que todas las cantidades de una columna tengan la misma incertidumbre, ésta se anotará en el encabezado, evitando ponerla en cada renglón; en caso contrario habrá que anotar su incertidumbre junto a cada cantidad de la columna. En general, lo que sea común a los renglones de una columna debe ir en la cabeza de ésta.

No hay que exhibir cálculos en la(s) tabla(s) (ni en otro lado del reporte); basta indicar claramente (en símbolos) cómo se obtuvieron los valores calculados a partir de otros que aparecen en la(s) tabla(s). Conviene iniciar las columnas con los valores al origen (en caso de tenerlos), por ejemplo: 0, 0.

Resulta más breve y claro poner en una sola tabla las variables independiente, dependiente y el cambio de variable (si lo hay). En contraposición a hacer —*v.g.*— una tabla con las variables independiente y dependiente, y otra con la variable independiente y el cambio variable. La idea es no repetir una columna en tablas distintas. Para ejemplificar considérese que el tiempo (t) es la variable independiente, la posición (x) es la dependiente y el cambio de variable es el cociente de posición entre tiempo (x/t). La forma adecuada de la tabla correspondiente sería:

TABLA

Tiempo [t] (s) $\pm$ 0.001 s	Posición [x] (cm) $\pm$ 0.1 cm	x/t (cm/s)
0	0	–
0.1	2	20 ± 1
0.2	5	25 ± 0.5
0.3	9	30 ± 0.3
.	.	. .
.	.	. .
.	.	. .

Algunas formas incorrectas serían:

a) TABLA 1

Tiempo [t] (s) $\pm$ 0.001 s	Posición [x] (cm) $\pm$ 0.1 cm
0	0
0.1	2
0.2	5
.	.
.	.

TABLA 2

Tiempo $[t]$ (s) $\pm 0.001\,\mathrm{s}$	x/t (cm/s)
0	
0.1	$\dfrac{2}{0.1} \pm \dfrac{0.1}{0.1} = 20 \pm 1$
0.2	$\dfrac{5}{0.2} \pm \dfrac{0.1}{0.2} = 25 \pm 0.5$
.	. .
.	. .

b) TABLA

Tiempo $[t]$ $\pm 0.001\,\mathrm{s}$	Posición $[x]$ (cm)	x/t
$0.1\,\mathrm{s}$	2 ± 0.1	$20\,\mathrm{cm/s} \pm 1\,\mathrm{cm/s}$
$0.2\,\mathrm{s}$	5 ± 0.1	$25\,\mathrm{cm/s} \pm 0.5\,\mathrm{cm/s}$
.	. .	. .
.	. .	. .

Es conveniente poner una columna adicional en el lado izquierdo de la tabla, para numerar los puntos experimentales.

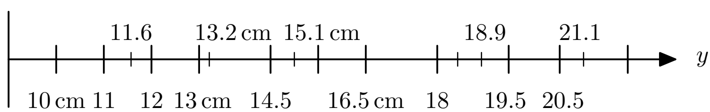
En general —y en caso contrario hay que hacerlo ver y justificarlo—, el eje horizontal de una gráfica aloja a la variable independiente y el vertical a la variable dependiente o al cambio de variable.

Cada eje de una gráfica debe tener:

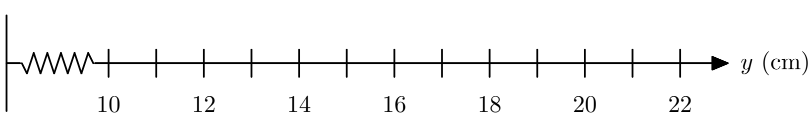
- en su extremo:
  - una punta de flecha que indique el sentido de crecimiento del eje, y
  - el símbolo y las unidades de la variable graficada;
- y a lo largo del eje:
  - la escala, que incluye marcas divisorias equidistantes y valores numéricos de divisiones notables; unas 15 para aquéllas y 7 para éstos, son cantidades adecuadas.*

En la parte superior de la hoja hay que anotar qué número de gráfica es, y —en palabras— qué variables se están graficando. En caso de que un eje no cruce al otro en el cero de su escala, habrá que hacerlo notar, iniciando aquél con un acordeón ( ) o con unos travesaños ( ).

Ejemplo de un eje incorrecto es:



correctamente sería:

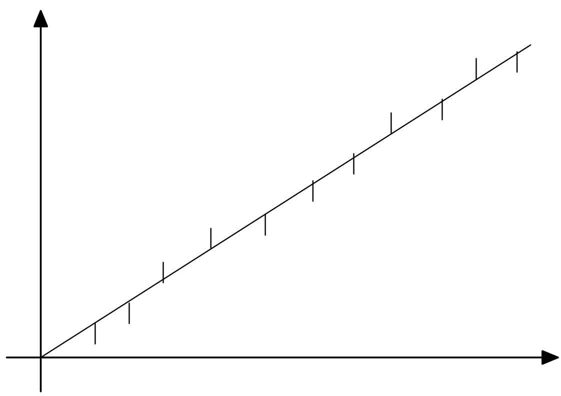


Al graficar los puntos experimentales deben dibujarse sus barras de incertidumbre (en ambas direcciones), excepto que su trazo resulte imperceptible. Por inspección visual de la gráfica

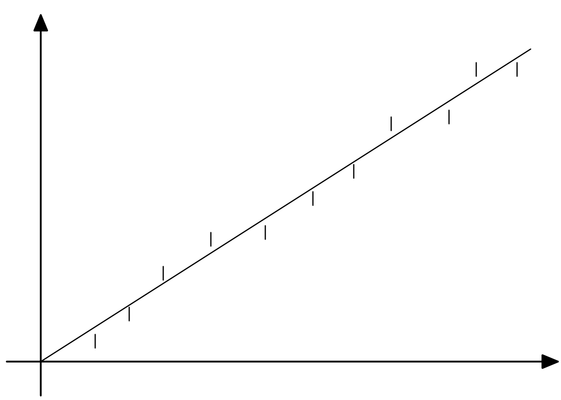
*Resulta confuso indicar sobre los ejes las coordenadas de los puntos experimentales, con marcas y/o valores numéricos; hay que evitar hacerlo.

es posible verificar *a posteriori* la evaluación correcta de las incertidumbres. Efectivamente, una adecuada estimación de las incertidumbres de los puntos experimentales implica que la dispersión media de éstos alrededor de la mejor recta (o curva) sea de magnitud semejante a la incertidumbre (semi-barra) media de los puntos. La figura 4 ilustra varios casos: en la gráfica A aparece un caso de incertidumbres bien evaluadas, y de la gráfica B (C) se deduce que las incertidumbres están sub-valuadas (sobre-valuadas).

A



B



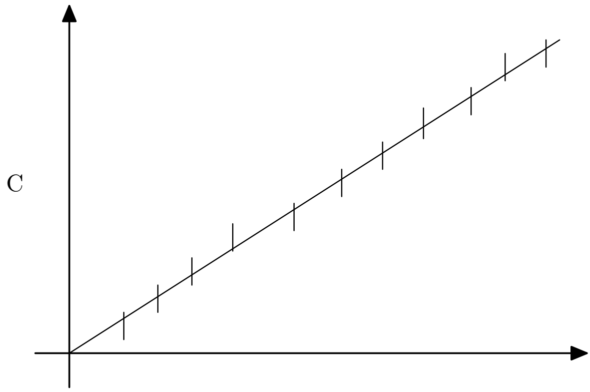


Figura 4

Por último, debe tenerse cuidado de escoger para las escalas de los ejes valores simples, que además permitan que la gráfica ocupe la mayor parte de la hoja. De esta forma la línea graficada será muy diagonal a la hoja; no es aceptable usar (ya sea vertical u horizontalmente) sólo la mitad o dos tercios de la hoja; y la línea graficada no debe estar muy parada ni muy acostada.

APÉNDICE

PROGRAMA DEL CURSO DE LABORATORIO DE MECÁNICA

Indicaciones Generales

Se forman equipos de tres alumnos (o dos en caso de no completarse). Es importante la colaboración y buen entendimiento entre los miembros del equipo. De cualquier modo es indispensable disponer de referencias para comunicación con los compañeros de equipo a fin de evitar retrasos en la entrega de reportes, debido a no contar al momento de redactar con las fotos, los datos, etc.

A cada práctica se dedican generalmente tres sesiones. El reporte debe hacerse en hojas tamaño carta, engrapadas, escritas por un solo lado, y entregarse dos sesiones (una semana hábil) después de terminada la práctica. El retraso en la entrega del reporte puede bajar la calificación de éste.

Se acepta la reposición (repetición del reporte) de hasta dos prácticas en el semestre. El reporte de la primera práctica se hace individualmente y los siguientes por equipo, turnándose en el trabajo de redacción los miembros de éste, indicando en cada caso quien lo hizo.

Se plantea la fotografía estroboscópica como la técnica común para tomar datos; pero se pueden usar los instrumentos alternativos disponibles en el laboratorio, cuando se desee y sea factible. En el caso de haber tomado datos por medios fotográficos, debe(n) anexarse al reporte el(los) negativo(s) usado(s).

La asistencia es evaluable; tres faltas bajan un punto (sobre

10) a la calificación de laboratorio.

Taller 1. Análisis de datos y reporte

Medida e incertidumbre, propagación de incertidumbres, ajuste de rectas, reporte experimental, tablas y gráficas.

Taller 2. Fotografía estroboscópica

Manejo de cámara fotográfica y estroboscopio electrónico, revelado de negativo, análisis de negativo por proyección.

Práctica 1. Movimiento lineal

Objetivo: Aplicar la técnica de fotografía estroboscópica al estudio de un movimiento horizontal, inclinado o vertical, sin fricción.
PLAN:

a) Implementar un movimiento en el riel de aire horizontal o en el riel inclinado, o de caída libre, y fotografiarlo estroboscópicamente.

b) Estimar previamente la frecuencia adecuada de flasheo.

c) Obtener de la foto los datos de posición y tiempo.

d) Para el movimiento inclinado o vertical:

- Concluir de qué tipo de movimiento se trata.
- Establecer la ecuación de itinerario del movimiento, interpretando físicamente sus parámetros.

e) Para el movimiento horizontal:

- Estimar la confiabilidad del riel, detectando fricción y topografía.

Práctica 2. Proyectil

Objetivo: Analizar la trayectoria y el itinerario del movimiento de un proyectil.
PLAN:

a) Deducir qué tipo de curva es la trayectoria.

b) Deducir qué tipos de movimiento son las proyecciones horizontal y vertical. Determinar la aceleración de la gravedad.

c) En términos de los parámetros de gráficas de itinerario rectificadas, calcular velocidad inicial, ángulo de salida, alcance y altura máxima, y comparar estos valores con las medidas directas de la fotografía de trayectoria.

d) Establecer las ecuaciones de trayectoria e itinerario.

e) Tratar de detectar la resistencia del aire y estimar su efecto.

Práctica 3. Movimiento relativo

Objetivo: Analizar un movimiento desde sistemas de referencia inercial y no inercial, y verificar la transformación galileana.
PLAN:

a) Producir un movimiento sencillo (m.r.u.)

b) Fotografiarlo desde un sistema inercial (reposo) y verificar que sea m.r.u.

c) Fotografiarlo desde un sistema no inercial (m.u.a.)

d) Tomar ambas fotografías simultáneamente.

e) Determinar la aceleración de la cámara móvil.

f) Deducir la ecuación de itinerario del movimiento sencillo fotografiado desde la cámara acelerada, y comparar su aceleración con el negativo de la aceleración de la cámara móvil.

Práctica 4. Aceleración-masa

Objetivo: Deducir la relación entre la aceleración experimentada por cuerpos de distinta masa y ésta, bajo la acción de la misma fuerza.
PLAN:

a) Implementar una fuerza uniforme que actúe sobre cuerpos de distinta masa.

b) Determinar la aceleración experimentada por cada cuerpo.

c) Encontrar la relación entre aceleración y masa.

d) Deducir de esta relación el valor de la fuerza y compararlo con su valor medido directamente.

Práctica 5. Velocidad terminal

Objetivo: Determinar la ley de fuerza de un freno magnético.
PLAN:

a) Implementar una fuerza proporcional a la velocidad.

b) Aplicarla superpuesta a otra fuerza constante.

c) Obtener la velocidad terminal correspondiente.

d) Repetir (a), (b) y (c) para otros valores de la fuerza constante.

e) Hallar gráficamente la relación empírica entre fuerza y velocidad.

f) Interpretar físicamente los parámetros resultantes.

Alternativas por si la velocidad terminal no se alcanza:

g) Extrapolar velocidad vs tiempo.

h) Si la extrapolación es lejana, correlacionar aceleración vs velocidad.

Práctica 6. Colisiones

Objetivo: Detectar los invariantes en colisiones elástica e implosiva.
PLAN:

a) Las colisiones deben ser aisladas; la elástica bidimensional.

b) Elástica: masas iguales, una inicialmente en reposo, choque no frontal; medir sólo el ángulo de salida.

c) Implosión (masas diferentes); incluye análisis durante la interacción:

- Analizar el comportamiento del centro de masa (CM).
- Graficar ímpetu (individual y total) vs tiempo.
- Establecer la relación entre acción y reacción.
- Evaluar energía cinética y potencial.

Práctica 7. Péndulo

Objetivo: Determinar el valor de g (aceleración de la gravedad) con la mayor exactitud posible (discrepancia $< 0.3\%$) por medio de un péndulo simple.
PLAN:

a) Planear el experimento, considerando los distintos factores que intervienen en la magnitud de g y las variaciones de ésta en el espacio y el tiempo.

b) Reconocer la relación teórica entre periodo, longitud, amplitud y gravedad, para el péndulo simple.

c) Analizar las circunstancias bajo las cuales el periodo medido no depende de la amplitud.

d) Asignar un margen de precisión a la medición de cada variable, a fin de obtener g con la precisión postulada.

e) Obtener g de la relación empírica entre periodo y longitud, usando el método de mínimos cuadrados con incertidumbre.

Práctica 8. Momento angular

Objetivo: Analizar la conservación de los momentos lineal y angular en una colisión bidimensional totalmente inelástica.
PLAN:

a) Producir una colisión bidimensional aislada, totalmente inelástica y de modo que la pareja de cuerpos (de tamaño y masa distintos) tenga movimiento de traslación y rotación después del choque.

b) Trazar sobre la pantalla la trayectoria estroboscópica del CM y evaluar su velocidad.

c) Calcular el momento lineal de cada cuerpo antes de la colisión y comparar su suma con el producto de la masa total por la velocidad del CM.

d) Evaluar el momento angular, respecto al CM, de cada cuerpo y el total, antes y después de la colisión.

e) Comparar la energía cinética anterior y posterior.

Práctica 9. Oscilador

Objetivo: Analizar el comportamiento del oscilar armónico libre y amortiguado.
PLAN:

a) Determinar la constante del sistema de resortes y concluir si están en serie o paralelo.

b) Variar la masa y deducir su dependencia con el periodo.

c) Verificar la isocronía respecto a la amplitud.

d) Sin cambiar la masa, y con freno magnético, analizar el itinerario del oscilador (periodo y amplitud vs tiempo, senoidal modulado).

e) Comparar la constante de decaimiento con la del freno magnético (Práctica 5).

Práctica 10. Libre

Cada equipo selecciona el tema y formula el objetivo y el plan.

BIBLIOGRAFÍA

Baird D.C., *Experimentación. Una introducción a la teoría de medición y al diseño de experimentos*, 2ª edición, Prentice-Hall Hispanoamericana, 1991.
ISBN 968–880–223–9.

Beers, Y., *Introduction to the theory of error*, Addison Wesley Pub. Co. Inc., 2ª edición, USA, 1962.

Garduño R., *Manual de apoyo para el curso de laboratorio de Física Clásica I*, Coordinación de Servicios Editoriales, Facultad de Ciencias, UNAM, 40 pp., 1988.

Gutiérrez C., *Introducción a la metodología experimental*, Editorial Limusa, S.A. de C.V., México, 140 pp., 1986.
ISBN 968–18–2174–2.

Oda B., *Introducción al análisis gráfico de datos experimentales*, Serie Propedéutica, Las Prensas de Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM, 208 pp., 1997.
ISBN 968–36–5867–9.

Resnick R., D. Halliday y K. Walker, *Fundamentos de Física*, vol. 1, 3ª edición, CECSA, México, 2001.
ISBN 0–471–33235–6.

Squires G.L., *Física práctica*, McGraw-Hill, México, 220 pp., 1972.

The Open University, Curso Básico de Ciencias, Unidad E, *El manejo de datos experimentales*, McGraw-Hill, México, 1974.