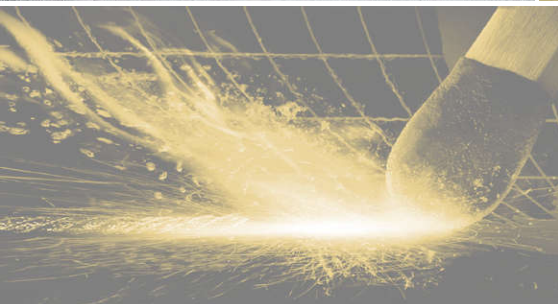




Prácticas de Física Experimental



MECÁNICA



ENES
MORELIA

COORDINADOR:

Dr. Sinhué Amos Refugio Haro Corzo

COLABORADORES:

Dr. Miguel A. Cervantes, Dr. Daniele Colosi
Dr. Luis A. Dominguez, Dr. Orlando Hernández
Dr. José Núñez, Dr. Mario Rodríguez

Prácticas de física experimental:

Mecánica

Coordinador:

Dr. Sinhué Amos Refugio Haro Corzo

Colaboradores:

Dr. Miguel Ángel Cervantes Solano

Dr. Daniele Colosi

Dr. Luis Antonio Domínguez Ramírez

Dr. Orlando Hernández Cristobal

Dr. José Núñez González

Dr. Mario Rodríguez Martínez



Índice general

1	Introducción	4
2	Importancia de la medición y el error	8
3	Mediciones y análisis del error: π	22
4	Introducción a la medición: péndulo	29
5	Movimiento relativo en una dirección	40
6	El significado de las gráficas	49
7	Rapidez instantánea y promedio	56
8	Velocidad y aceleración	63
9	Aceleración constante	73

10	Aceleración en un plano inclinado	79
11	Movimiento de un proyectil	87
12	Segunda ley de Newton	99
13	Coeficiente de fricción	109
14	Fuerza centrípeta	117
15	Conservación de la energía	126
16	Las colisiones en una dimensión	132
17	Péndulo balístico	138
18	Energía cinética rotacional	146
19	Conservación del momento angular	152
20	Torcas y rotación	157
21	El resorte: masas oscilantes	166
22	Apéndices	172
	Bibliografía	182
	Índice alfabético	185
	Aviso legal	187



1. Introducción

Este manual está dirigido a estudiantes de las licenciaturas de ciencias de la ENES Morelia (UNAM). Los objetivos de este manual son:

- Que los estudiantes aprendan, por medio de una serie de prácticas de laboratorio, los conceptos básicos y hábitos de pensamiento crítico (observar, analizar, generar hipótesis, comprobar, comparar, validar, comunicar, etcétera) que les ayuden a experimentar e investigar fenómenos físicos, que inclusive pueden ser utilizados en otras áreas de las ciencias naturales como la química, biología, geología, entre otras.
- Las prácticas se plantean como diversos problemas, desde situaciones con variables bien definidas hasta experimentos con variables que necesitan un tratamiento estadístico o incluso pueden ser un tema de investigación debido al control de variables.
- Ofrecer una amplia variedad de temas de mecánica y sus experimentos (desde el capítulo 3 hasta el 21) en torno a temas de medición y los errores asociados, propagación del error, cinemática, dinámica, trabajo, energía y leyes de conservación, entre otros temas.
- Que los estudiantes desarrollen su autonomía para aprender mecánica al ofrecerles una guía de instrucciones, preguntas y herramientas. Se espera que el estudiante tome sus propias decisiones acerca del desarrollo del experimento. Y aunque las decisiones puedan ser incorrectas, el estudiante aprenderá de su equivocación y reflexionará acerca de lo que puede mejorar.
- Brindar sugerencias para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física que, de acuerdo a la experiencia de algunos profesores, han permitido una mejor comprensión de los conceptos físicos.
- Proponer un conjunto de técnicas de aprendizaje basadas en: la detonación de las ideas previas, el desarrollo del marco teórico (clases teóricas), los experimentos en el

laboratorio, la resolución de ejercicios y el desarrollo de habilidades y competencias con diversos estilos de aprendizaje, por ejemplo, auditivo, visual, kinestésico, lectura y escritura, así como el cambio conceptual.

- Estimular en el estudiante el desarrollo y construcción del pensamiento científico, análisis de problemas, evaluación de la solución y la capacidad de describir claramente sus resultados.

Sabemos que tenemos algunas restricciones en las clases del laboratorio, por ejemplo, la duración de la clase es una limitante para que el estudiante se sumerja por completo en el mundo de la investigación y pueda explorar plenamente todas las variables. Otra restricción es con respecto a los experimentos, porque estos nunca serán ideales. Sin embargo, esto no debe ser considerado como un defecto, sino como un reto para resolver e identificar las fuentes de error y, si es posible, eliminarlo, controlarlo o reducirlo. El estudiante deberá tener un espíritu de detective, quien deberá concentrarse y dar mayor significado a la investigación/aprendizaje, así como el reporte de hallazgos, en lugar de seguir meras instrucciones. El trabajo que decae en copiar indicaciones es una pérdida de tiempo, tanto para el estudiante como para el docente.

Las prácticas de este manual están organizadas en secuencia didáctica, las cuales proporcionan diversos enfoques, problemática y retos, simulando el desarrollo de un ambiente muy parecido a las actividades de investigación, utilizando de manera natural las herramientas de las ideas previas, matemáticas, computacionales (TIC) y de comunicación. Cabe resaltar que en algunos casos se establecen escenarios que pueden ser desarrollados en un contexto multidisciplinario, por ejemplo, Geociencias, Ciencias de materiales, entre otras licenciaturas. Para lograr estos objetivos, este manual tiene diversas estrategias para que los estudiantes desarrollen de manera grupal diversas etapas:

- Reflexionar y hacer hipótesis: hacer explícitas las ideas previas de los estudiantes por medio de un cuestionario previo (planteamiento del problema), un video introductorio o por medio de una dinámica de lluvia de ideas acerca del fenómeno natural que se analizará. En esta etapa, los conceptos e ideas de cada estudiante se hacen explícitos, lo que ayuda a generar diversas hipótesis.
- Experimentar: armar y/o diseñar el experimento, así como comprobar las hipótesis. Ellos podrán utilizar una gran diversidad de herramientas, que van desde las básicas como son regla, papel, lápiz y cronómetro, hasta sensores modernos que auxilian en la medición simultánea de diversas variables tales como la posición, el lapso entre dos eventos (tiempo) y variables derivadas como la rapidez, la aceleración o la fuerza, por mencionar algunas. Al experimentar se puede hacer de manera libre o pueden consultar el manual o el video para armar el experimento o configurar los sensores. Este material se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con URL <http://goo.gl/0K15ta>
- Y, por último, concluir y contestar el cuestionario final con el objetivo de resolver ejercicios de aplicación que promuevan la integración de los conceptos desarrollados.

Cabe aclarar que este compendio tiene en cada práctica las indicaciones necesarias para que el estudiante sea autónomo en la realización de cada experimento. Además se describen, en la sección “Diseño experimental” de cada práctica (Tabla 1 de cada práctica), los

materiales para desarrollarla, tomando en cuenta que es necesario tener para cada equipo una computadora con el sistema operativo Windows, el software Capstone y la “Interfase 850” de PASCO que provee de las herramientas para acoplar las mediciones de los sensores en las tablas y/o gráficas para el usuario. Sin embargo, el estudiante tiene la libertad de descargar los datos adquiridos y luego utilizar cualquier otro software (hojas de cálculo, Python, etc.) para hacer el análisis de los datos.

Después de haber realizado una práctica, se requiere que el estudiante genere un reporte de forma estructurada, con un estilo muy parecido a la revistas científicas (ver apéndice 22), con el objetivo de contextualizar sus conclusiones y socializar los resultados. Este reporte deberá incluir: datos generales, introducción, registro y documentación de sus resultados, así como la discusión y conclusiones, mismas que deben ser contrastadas con sus hipótesis iniciales y la predicción teórica. Por otro lado, actualmente se posee una herramienta gratuita y poderosa para retroalimentar (por pares) los reportes. La herramienta sugerida es realizar los reportes en la plataforma de Google Docs.

En los anexos de este manual encontrarán los elementos básicos para hacer el análisis de datos y para elaborar el reporte posterior al experimento.

Agradecimientos

Se agradece el esfuerzo y dedicación en la elaboración de este manual a las siguientes personas:

- Nancy Velázquez Reséndiz, auxiliar del Laboratorio de Física de la ENES Morelia (UNAM).
- Stephany Ortuño Chanelo, estudiante de Geociencias de la ENES Morelia (UNAM).
- Diana Estefanía Fierro Huerta, estudiante de Geociencias de la ENES Morelia (UNAM).
- Andrés Castro Chacón, estudiante de Materiales Sustentables de la ENES Morelia (UNAM).
- Mtro. Omar Iván Mendoza Amaro, académico de la ENES Morelia (UNAM), por el diseño de portada.
- A todos los estudiantes de la generación 2016 y 2017 de Geociencias.
- Al Ing. Vicente García Gómez y al Ing. Humberto Medina de la compañía MEXITEC y PASCO Scientific, respectivamente.

Agradecemos a la compañía PASCO Scientific al autorizar el uso de su material, así como a los siguientes repositorios de imágenes libres con licencia Creative Commons:

- <https://pixabay.com/es/>
- <http://openphoto.net/>
- <https://commons.wikimedia.org>
- <http://publicdomainarchive.com/>
- <https://500px.com/creativecommons>

El Dr. Haro Corzo hace un especial agradecimiento al Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE102417 de la Dirección General de Asuntos de Personal Académico de la Universidad Nacional Autónoma de México; también agradece el compromiso de los dictaminadores anónimos por revisar el material, así como la invaluable labor de la Dra. Cecilia López Ridaura y su equipo de trabajo por su excelente coordinación en el proceso editorial.



2. Importancia de la medición y el error

Introducción

Los estudiantes, a lo largo de la educación básica, no tienen una formación científica experimental a pesar de que siempre están explorando el mundo que los rodea, pero ¿por qué se debería realizar ciencia experimental? Es una pregunta con un alto grado de complejidad y controversia histórica, la cual gira en torno a la comprensión de la naturaleza o paradigmas (ver Kuhn [9]). Pero antes de contestar esta pregunta, es importante que el estudiante esté consciente de que el proceso para comprender la naturaleza puede estar equivocado y lleno de errores, ya que la ciencia es tanto un conjunto de conocimientos, como de métodos y procesos dinámicos que evolucionan y, lo más importante, que se corrigen constantemente. La historia ayuda a evidenciar que los científicos han estado constantemente mejorando las teorías, los modelos, instrumentos y un largo etcétera, con el objetivo de que se explique mejor a la naturaleza, como para formular nuevas predicciones que deberán ser comprobadas o rechazadas. Una vez hecha esta aclaración podemos esbozar el porqué se hace ciencia experimental. A lo largo de la historia, algunas veces se le ha dado mayor importancia a los experimentos y en otros momentos se le daba preponderancia a la teoría. Actualmente se busca la compatibilidad entre ambas, por lo que los científicos tratan de encontrar las fallas en los modelos y tratan de profundizar en la razón por la que la teoría no ajusta con el experimento o viceversa. Los científicos hacen muchos experimentos, los cuales deben ser reproducibles bajo las mismas condiciones,¹ pero también elaboran diversas hipótesis y crean modelos para intentar demostrar sus ideas, así como fortalecerlas con teorías. Este constante quehacer es el camino que usa la ciencia para buscar modelos que describen lo que se observa en el universo. Con base

¹En fenómenos naturales donde resulta posible, porque existen muchos casos (sismos, erupciones volcánicas, entre otros) en los cuales no es posible repetirlo y es necesario buscar casos similares.

en lo anterior, y de manera muy amplia, la ciencia es un conjunto de saberes, técnicas, procedimientos, habilidades, actitudes que son desarrolladas al observar, medir, registrar sistemáticamente, razonar, hacer hipótesis, controlar variables, y un largo etcétera. A partir de esto, los científicos buscan correlaciones entre las observaciones para formular leyes generales. Estas nuevas teorías permiten formular nuevas preguntas y nuevas predicciones. El esfuerzo para poner a prueba estas nuevas predicciones representa en muchos casos un reto tecnológico que permite obtener nuevas mediciones. El análisis crítico de estos nuevos datos permite afinar las teorías, marcando de esta manera un quehacer continuo y cíclico.

La medición ha jugado un papel esencial en la actividad del hombre a lo largo de la historia: el tamaño de un bloque de piedra para construir una pirámide maya, la predicción de un eclipse, la medición del tamaño de una célula en la sangre, la determinación de la órbita de un satélite artificial, hacer la datación de un fósil, elaborar un nuevo material sustentable. Los ejemplos anteriores son una muestra de casos en los cuales la medición ha sido y es utilizada con el fin de satisfacer las necesidades del humano. En 1883 Lord Kelvin (Sir William Thomson) enunció "si puedes medir aquello de lo que estás hablando y expresarlo con números, entonces sabes algo sobre ello. Pero cuando no puedes medirlo, cuando no puedes expresarlo en números, tu conocimiento es magro e insatisfactorio; puede ser el principio del conocimiento pero has escasamente, en tus ideas, avanzado a la etapa de ciencia"[36].

Algunas equivocaciones de medición en la ciencia y la ingeniería

A lo largo de la historia han existido diversos patrones de medición, que son variables uno de otro, por ejemplo, 1 metro equivale a 3.28 pies. La selección y adopción de los patrones para medir las magnitudes físicas es el resultado de diversas conferencias/congresos realizados por científicos, tal como el Sistema Internacional de Unidades que fue instaurado en 1960 basado en el Sistema Internacional Metro, Kilogramo, Segundo (*MKS*, para más información más abajo o leer las publicaciones de Armendariz Arnez y col. [2] y Oda Noda [11]). Las definiciones de este sistema están condicionadas básicamente en los siguientes requisitos:

- Reproducibles, es decir, que puede encontrarse el mismo resultado en las mismas condiciones.
- Invariantes, es decir, que sin importar el sistema de referencia (observador) el valor es el mismo.

Sin embargo, la existencia de diversos patrones de medida para una misma magnitud ha creado dificultades y errores en las relaciones internacionales de comercio, en el intercambio de resultados de investigaciones científicas, tecnología, etcétera. Entre las equivocaciones de medición que han sido más conocidos en la ciencia y la ingeniería se encuentran los siguientes cinco ejemplos:

El orbitador de clima de Marte

Diseñado para orbitar Marte como el primer satélite meteorológico interplanetario; sin embargo, el orbitador de Marte se perdió en 1999 porque el equipo de la NASA utilizó las unidades inglesas, mientras que uno de los contratistas de la misión utilizó el sistema métrico decimal en una pieza del programa informático que operaba la nave desde la Tierra. La sonda de \$125 millones de dólares se acercó demasiado a la atmósfera marciana cuando intentaba maniobrar hacia su órbita estable, pero se destruyó al entrar en fricción con la atmósfera.

El buque Vasa

En Suecia, en 1628, una multitud presenció el hundimiento de un nuevo buque de guerra, a menos de dos kilómetros de la costa. En el suceso murieron 30 tripulantes. Los expertos que estudiaron el caso reportaron que la nave era asimétrica: más gruesa a babor que en estribor. Una razón para esto fue que los obreros utilizaron diferentes sistemas de medidas. Los arqueólogos han encontrado cuatro reglas usadas por los constructores: dos estaban calibradas en pies suecos, que tenían 12 pulgadas, mientras que otras dos medían pies de Ámsterdam, con 11 pulgadas.

El planeador Gimli

En 1983, un vuelo de la compañía Air Canada se quedó sin combustible cuando volaba sobre el pueblo de Gimli, en la provincia de Manitoba. En ese entonces Canadá había cambiado al sistema métrico decimal en 1970, y el avión había sido el primero de Air Canada en usar las nuevas medidas. El calibrador de combustible a bordo del avión no estaba funcionando, por lo que la tripulación utilizó un tubo para medir cuánto combustible había cargado. Pero las cosas se complicaron cuando convirtieron estas mediciones de volumen en medidas de peso: tenían el número correcto, pero mal la unidad de medición, es decir, confundieron las libras de combustible por kilogramos. Como resultado, el avión llevaba alrededor de la mitad del combustible.

Hubble, el telescopio miope

El telescopio espacial Hubble es famoso por sus hermosas imágenes del espacio y se considera un gran éxito de la NASA. Lanzado el 24 de abril de 1990, el telescopio espacial Hubble prometía resultados espectaculares con su espejo primario de 2.4 metros y su órbita a 593 kilómetros de altitud, lo que lo libraba de la absorción de la atmósfera en las observaciones astronómicas. Sin embargo, despegó tras un comienzo difícil. Las primeras imágenes que mostró eran borrosas debido a que Perkin-Elmer, la empresa encargada de construir el espejo principal, había cometido un error al pulirlo y sus bordes eran demasiado planos por 2.2 micrómetros, provocando aberración esférica dado que las ondas de luz que venían cerca del borde del espejo tenían un plano focal diferente con respecto a los rayos que provenían del centro. Afortunadamente los científicos lograron solucionar el

problema en 1993, usando un instrumento llamado Reemplazo Axial Correctivo Óptico de Telescopio Espacial (COSTAR, por sus siglas en inglés), que básicamente es una lente que contrarrestaba el fallo del espejo principal (las gafas al telescopio espacial Hubble).

El puente del milenio en Londres

Para marcar la entrada en el nuevo milenio, Londres construyó un puente peatonal en junio del 2000 que une al famoso museo de arte Tate Modern, en la ribera sur del río Támesis, con la orilla norte cercana a la catedral de Saint Paul. Pero la gente se dio cuenta que la estructura de 350 metros de largo se tambaleaba de forma alarmante cuando caminaban sobre ella. Una de las dificultades del diseño de un puente peatonal es el efecto de las pisadas sincronizadas; a medida que el puente rebota o se balancea, la gente ajusta su caminar al ritmo de los movimientos del puente, magnificándolos sin darse cuenta. En este caso, los diseñadores tomaron en cuenta los pasos sincronizados de arriba a abajo, pero no el efecto de lado a lado. Al año siguiente comenzaron los trabajos para instalar amortiguadores para reducir el balanceo. Volvió a abrirse al público en 2002.

La medición y el error siempre han ido acompañados de una mejora para hacer mediciones más precisas o incluso llegar a un cambio conceptual (Kuhn [9]). En las siguientes secciones introduciremos los conceptos básicos asociados a los procesos de medición y magnitud física, así como error, incertidumbre y cifras significativas.

Medición

Tal como hemos visto en la sección anterior, la medición, su rectificación, las unidades y el error asociado a la medición son necesarios para que todo resulte lo más cercano a lo planeado. Cuando los fenómenos naturales y los hallazgos de la investigación científica se expresan en términos matemáticos pierden su ambigüedad, porque se puede verificar o refutar por medio de experimentos. En la **descripción cuantitativa** de la naturaleza, la medición juega un papel fundamental debido a que **la medición es el proceso mediante el cual cuantificamos, en unidades bien específicas, nuestra descripción e interacción con los alrededores**. Es común hacer una medición al comparar una propiedad de un objeto o un fenómeno respecto a un múltiplo de la unidad fundamental (la cual ha sido acordada por la comunidad científica). Por ejemplo, al adquirir cinco metros de tela se compara 5 veces una regla de madera, la cual representa la medición de la distancia equivalente a un metro (unidad del sistema MKS, el cual sentó las bases para el Sistema Internacional de Unidades). Pero ¿Cómo se obtienen las unidades fundamentales?

- **metro (m)**: en el caso anterior, para obtener la medida de un metro, como una unidad fundamental, no es necesario comparar, sino medir directamente una de las propiedades de un fenómeno, en este caso, medir la distancia que recorre un rayo de luz (radiación electromagnética) en el vacío y en un tiempo muy específico de $1/299,792,458$ segundos. Anteriormente, el metro estaba en función de la longitud de onda naranja del átomo del criptón 86.

- **kilogramo (kg):** la unidad de masa, actualmente está definida en función a un cilindro de 4 centímetros de platino iridio. Sin embargo, en noviembre del 2018, en la Conferencia General de Pesas y Medidas se discutió y aprobó para que en el 2019 se redefina el kilogramo en términos de una de las constantes e invariables de física, la constante de Planck (CEM (Centro Español de Metrología) [5] y Tovar-Zárate, Becerra y Hernández [38]).
- **segundo (s):** la unidad de tiempo definida como la duración de 9 192 631 770 periodos de radiación correspondientes al fenómeno de transición entre dos niveles hiperfinos del átomo (isotopo estable) de Cesio-133 a una temperatura de 0 K (Scientific-American [33]).

Usar las constantes de la naturaleza como referentes para la medición permite a la comunidad científica y a la industria obtener con mayor precisión las mediciones y basarse en un Sistema Internacional de Unidades. De esta manera, la medida está representada por la **magnitud física** compuesta por un número escalar más las unidades respectivas (de acuerdo al Sistema Internacional de Unidades).

Por lo anterior, la realización de un experimento implica la necesidad de obtener magnitudes físicas con la finalidad de obtener valores que puedan ser contrastados. La medición puede realizarse de forma directa o indirecta según sea el caso:

- **Medición directa:** es aquella que realizamos utilizando un instrumento diseñado, construido y calibrado para cuantificar apropiadamente la magnitud que nos interesa. El valor de la medida se obtiene a partir de una escala o una pantalla asociada al instrumento de medición. Ejemplos de medidas directas son: distancia, intervalo de tiempo, cantidad de materia, fuerza (en el caso de tener un dinamómetro), etcétera.
- **Medición indirecta:** es aquella en la cual la magnitud a medir se calcula mediante una relación matemática que se basa en mediciones directas. Algunos ejemplos son: área, volumen, fuerza (en el caso de medir la masa y la aceleración), presión (en caso de medir la magnitud de la fuerza y el área), etcétera.

Error

Cualquiera que sea la forma de medir, directa o indirecta, la medición debe ser una acción y un proceso planificado y cuidadoso. Sin embargo, a pesar del avance de la tecnología para desarrollar mejores instrumentos para realizar una medición cuidadosa, no existen mediciones con precisión infinita, es decir, no hay mediciones exactas; cada medida debe considerarse como una información, aproximada al valor real, que contiene cierto grado de error. De acuerdo a la Real Academia Española, el error es *la diferencia entre el valor medido o calculado y el real*. Usualmente no conocemos el valor real. En términos prácticos, el **error** en una medición es la diferencia que hay al comparar nuestro objeto con respecto a la norma, es decir, se define un intervalo que contiene el valor más probable de la magnitud que se requiere medir. Si el intervalo del error se reduce, entonces decimos que aumentó la precisión de la medición y si el intervalo es grande, entonces la precisión es pequeña. En este sentido definimos la **precisión** como el tamaño del intervalo de la

incertidumbre, es decir, es un indicador de qué tan bien se ha determinado la medición, sin considerar qué tanto concuerda con el valor real. También definimos la **exactitud** como el indicador de qué tan cerca está el resultado del valor real. La exactitud y precisión son dos términos asociados a qué tan buena es la medición; en este sentido, Oda Noda [11] asocia la incertidumbre con el momento de hacer una medición, una lectura simple del aparato con el cual se está midiendo. Para ella, la incertidumbre puede ser estudiada y evaluada (por medio del análisis del error) para luego reportarse junto con la medida obtenida en el instrumento. Por otra parte, el **error** está asociado a las condiciones/procedimientos que existen al momento de medir, existiendo una desviación entre el valor medido y la magnitud verdadera, a esto le llamaremos **el error de medición** y puede ser clasificado en diferentes tipos (ver más abajo). Otros autores asocian a la **incertidumbre** con las fluctuaciones aleatorias en nuestra medición, que nos indica, por medio del análisis del error, el grado de confianza del valor que se ha medido (Bevington y Robinson [4]). De manera simple, se puede decir que la incertidumbre es el intervalo en el cual estamos acotando el valor de la medida. Cabe señalar que el concepto de error, como un atributo cuantificable, es relativamente nuevo en la historia de las mediciones, aunque los términos error y análisis de error han sido bastante usados como parte práctica de la ciencia de las mediciones o metrología. Basado en lo anterior y para los fines de este manual ambos conceptos, **error e incertidumbre**, los usaremos de manera equivalente, tal como lo hace Taylor [35], aunque hay textos que hacen la distinción para asociar la incertidumbre con la indeterminación intrínseca de la naturaleza.

Fuentes de error

Todas las mediciones tienen asociado un error que puede deberse a los siguientes factores:

- **La naturaleza de la magnitud que se mide:** existen casos en los que el instrumento de medición debe hacer contacto con el objeto que se está estudiando; esta interacción generalmente alterará la magnitud a medir. Por ejemplo, en la naturaleza existen objetos de dimensiones muy pequeñas, como lo son los microorganismos, cuyos tamaños están alrededor de unos cuantos micrómetros. Para la medición de estos objetos es necesaria una instrumentación de alta precisión que no se usa de forma cotidiana, por lo tanto, no está al alcance de forma rápida.
- **El instrumento de medición:** nuestros instrumentos no son exactos. Podrán parecer muy bien acabados, pero una evaluación estricta y detallada seguramente mostrará que tienen defectos tanto de construcción como de funcionamiento.
- **El observador:** toda medida es el resultado de una operación humana en la cual se ven implicados los sentidos, estados de ánimo, actitud y otros factores intrínsecos a la persona, por lo que es más probable que durante el proceso de medición aumente el error si el observador no está concentrado. El observador que realiza una mala medición aumenta el error y reduce la precisión. Este tipo de error es conocido como error de apreciación, el cual considera la estrategia en la que el observador lee los datos de los instrumentos analógicos, dependiendo desde qué punto de vista se realiza la medición de la apreciación nominal (mínima cantidad que puede ser medida con un instrumento dado). Hacemos notar que el error de apreciación no

es debido a la escala mínima del instrumento, sino al método usado para leer la apreciación nominal. Por ejemplo, genera un error de apreciación el hecho de que el observador tenga diferentes posiciones para leer el ángulo de una brújula o de las manecillas del reloj o la longitud medida con una regla de madera.

- **Las condiciones externas:** estos errores suelen ocurrir por factores climáticos u otros factores ajenos al instrumento y al objeto de la medición, los cuales afectan directamente las mediciones. Por ejemplo, la medición del campo magnético terrestre en una zona con cables de alta tensión o cerca de televisor.

Es importante conocer y tener control de cada uno de estos factores cada vez que se realiza una medición, ya que el grado de control que se tenga de los parámetros involucrados impactará en la precisión de una medida y, por lo tanto, en el error asociado. En general, podemos agrupar las fuentes de error en dos bloques: el error **sistemático** y el error **aleatorio**. El primero se refiere al error que influye de igual manera a todas las mediciones (por ejemplo, una mala calibración del instrumento), mientras que el error aleatorio se refiere a la variación de una medición a otra (por ejemplo, la perspectiva del observador para ver la aguja del indicador). Las fuentes de error son inherentes al objeto de medición y observador por lo que no se pueden omitir arbitrariamente. Para corregir este tipo de error se requiere medir varias veces.

Tipos de errores

Para buscar la mejor manera de cuantificar el error asociado a una medición, primero construyamos la magnitud de la medición y después la magnitud del error. Entonces primero consideremos recolectar varias medidas, x_1, x_2, \dots, x_i , en donde x_i es la i -ésima medida, las cuales conforman un intervalo de valores en los que se tiene cierto grado de confianza para encontrar la **magnitud más probable** o también llamada **media, promedio o valor central**, denotada como (\bar{X}) . Entonces, la magnitud más representativa de la variable medida está dada por la siguiente identidad:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (2.1)$$

Al sumar las mediciones realizadas y se divide entre el número total de mediciones, n .

Error absoluto

Alrededor del valor central hay una cantidad que determina los límites del intervalo de valores donde confiamos está el valor de la medida. A esta cantidad se le llama *error absoluto* de la medida X (ΔX). Su valor es usado frecuentemente para establecer la precisión de la medida. Entonces, para expresar el valor de la medición en términos del promedio de la medida y su error absoluto asociado, se usa la siguiente notación:

$$X = \bar{X} \pm \Delta X \quad (2.2)$$

Se debe aclarar que tanto X como ΔX deben tener las mismas escalas de unidades. Esta forma de expresar el resultado de una medición tal como se presenta en la ecuación 2.2, se le conoce como forma de error absoluto porque el error absoluto tiene las mismas unidades que el valor central.

Error porcentual

La precisión de una medida debemos establecerla a partir de la información que nos brinde la relación que existe entre el valor de su error absoluto y su valor central. Definimos entonces al error relativo como la fracción del error absoluto dividido entre el promedio de las medidas:

$$I_r = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \quad (2.3)$$

El error relativo es adimensional, es decir, no tiene unidades.

En general, la forma de expresar el error de una medida tiene el inconveniente de que el error relativo es una cantidad muy pequeña, por este motivo se acostumbra dar opcionalmente el error porcentual, el cual se define como: error porcentual (I_p) de una medida es el error relativo multiplicado por cien. Esto es:

$$I_p = \frac{\Delta X}{\bar{X}} 100\% \quad (2.4)$$

Una vez establecido el error relativo o el error porcentual de una medida se está en condiciones de comparar. Los términos precisión y error porcentual son complementarios, es decir, cuanto más bajo es el error porcentual de una medida, más alta es su precisión. Los siguientes ejemplos ilustrarán la forma de establecer la precisión de una medida y la importancia que esta cantidad tiene para comparar la calidad de las medidas.

Error del instrumento

Frecuentemente, los instrumentos de medición condicionan el error de una medida. Sin embargo, la calidad de un instrumento no necesariamente garantiza una buena calidad en una medida. Para resolver esta situación se propone lo siguiente: al hacer una sola medición directa de una cantidad cuyo resultado se reportará, debemos dar como valor central de la medida aquel que se obtiene tomando en cuenta la marca más próxima de la escala del instrumento de medición. Se debe aplicar redondeo cuando el puntero indicador esté ubicado a la mitad de dos marcas consecutivas. **El error instrumental será la mitad de la mínima división de la escala del instrumento.**

Error estándar

La desviación estándar (σ) se utiliza a menudo como una buena estimación del error, llamado error estándar (EE). Sin embargo, para este análisis del error, es importante verificar si el fenómeno analizado tiene una **distribución tipo gaussiana (campana de Gauss)**, si sus variables están afectadas por efectos aleatorios y que las variables sean continuas, con una muestra representativa de al menos 10 repeticiones (de otra manera, es necesario usar la distribución poissoniana para hacer un análisis con variables discretas). La evaluación de la distribución nos permite estimar el error con base en los parámetros que caracterizan a la campana de Gauss tal como el valor más probable de la medida (promedio o media), así como su desviación estándar (ancho de la campana) que representa el tamaño de la dispersión, es decir, la incertidumbre. En general, muchos de los fenómenos estudiados en física, química, biología, economía, entre otras, tienen este tipo de distribución.

Para calcular este error estándar EE , se debe extraer la raíz positiva de la varianza σ^2 y dividirla entre la raíz cuadrada del número de datos (n). La varianza está definida como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{X})^2 \quad (2.5)$$

El error estándar está definido como:

$$EE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

EE caracteriza la variabilidad de los valores observados x_i , es decir, nos acota la dispersión alrededor de la media $X = \bar{X} \pm \sigma$, aclarando nuevamente que ambas magnitudes deben tener las mismas escalas de unidades.

Una vez que se han considerado todos los posibles errores de la variable, entonces se procede a hacer estadística de errores; es decir, sumar los cuadrados de los errores, asumiendo que todas las distintas fuentes de error son independientes unas de otras, como veremos en la propagación del error. Al utilizar la desviación estándar como una estimación del error, esto implica que estamos incorporando una cierta probabilidad a la medición de acuerdo a lo siguiente:

- Usar 1 sigma (1σ) para obtener una probabilidad de 68 % para que la medida se encuentre dentro de este intervalo de incertidumbre.
- Usar 2 sigma (2σ) para obtener una probabilidad de 95 % para que la medida se encuentre dentro de este intervalo de incertidumbre.
- Usar 3 sigma (3σ) para obtener una probabilidad de 99 % para que la medida se encuentre dentro de este intervalo de incertidumbre.

Propagación del error

En este apartado propagaremos el error de una variable dependiente por medio de dos variables independientes, X y Y que fueron medidas, asumiendo que cada variable tiene

asociada un error de medición ΔX y ΔY , respectivamente, y que fueron determinadas mediante los procedimientos en las secciones previas. Tal como se comentó anteriormente, debemos reportar el valor de la medición más/menos el valor del error tal como:

$$X \pm \Delta X \quad (2.7)$$

$$Y \pm \Delta Y \quad (2.8)$$

A partir de las constantes c y m , así como de X y Y definimos la nueva variable Z , una variable dependiente que será calculada en los siguientes 6 casos con su respectivo error asociado a una medición indirecta. Definamos Z :

$$Z = cX \quad (2.9)$$

$$Z = X + Y \quad (2.10)$$

$$Z = X - Y \quad (2.11)$$

$$Z = XY \quad (2.12)$$

$$Z = \frac{X}{Y} \quad (2.13)$$

$$Z = X^m Y^n \quad (2.14)$$

Para los propósitos de este manual no demostraremos cómo obtener los resultados y solo usaremos la versión simplificada del tratamiento estadístico, así como solo consideraremos las dos situaciones extremas: la más pesimista y la más optimista. La explicación completa puede ser encontrada en Bevington y Robinson [4] y Taylor [35].

La propagación del error en términos del error absoluto (medición en términos del promedio) para el **caso de una constante** c (ver ecuación 2.9) se obtiene:

$$\Delta Z = c\Delta X \quad (2.15)$$

Para el **caso de la suma y resta** (ver 2.9 y 2.10) dará el mismo resultado:

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y \quad (2.16)$$

El equivalente para el tratamiento de la propagación del error en términos de la desviación estándar:

$$\Delta Z = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2} \quad (2.17)$$

La propagación del error para el **caso de la multiplicación** (ver 2.11) es:

$$\Delta Z = Y\Delta X + X\Delta Y \quad (2.18)$$

La propagación del error para el **caso de la división** (ver 2.12) es:

$$\Delta Z = \frac{Y\Delta X + X\Delta Y}{Y^2} \quad (2.19)$$

Tanto la propagación del error para multiplicación así como la división se pueden expresar de la misma manera compacta en término del error relativo:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y} \quad (2.20)$$

La manera equivalente para expresar el tratamiento de la propagación del error en término de la desviación estándar:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2} \quad (2.21)$$

Por último, la propagación del error para el **caso de una ley de potencias** (ver 2.13) es

$$\Delta Z = mX^{(m-1)}Y^n \Delta X + nX^m Y^{(n-1)} \Delta Y \quad (2.22)$$

O en término del error relativo:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = m \frac{\Delta X}{X} + n \frac{\Delta Y}{Y} \quad (2.23)$$

O en término de la desviación estándar:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{\left(m \frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(n \frac{\Delta Y}{Y}\right)^2} \quad (2.24)$$

Cabe señalar que la propagación del error sigue reglas muy parecidas a las reglas de las derivadas parciales para variables independientes. Se define la diferencial total de $Z = Z(X, Y, W, \dots)$ como:

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial X} dX + \frac{\partial Z}{\partial Y} dY + \frac{\partial Z}{\partial W} dW + \dots \quad (2.25)$$

Las derivadas parciales de varias variables tienen las mismas reglas operativas que las derivadas de una sola variable, siempre y cuando el resto de las variables se mantengan fijas.

Para obtener la **propagación del error generalizada** a partir de la diferencial total, se necesita obtener el valor absoluto de la diferencial que el error tienda a un valor infinitesimal tal que $\Delta X = |dX|$ para que sea el error asociado a X (esto mismo es aplicable para cualquier variable), así como considerar los valores absolutos de las derivadas parciales para cada variable independiente, de esta manera, la propagación de los errores de manera general queda como:

$$\Delta Z = |dZ| = \left| \frac{\partial Z}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial Z}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial Z}{\partial W} \Delta W + \dots \right| \quad (2.26)$$

O en término de la desviación estándar:

$$(\Delta Z)^2 = \left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)^2 (\Delta X)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)^2 (\Delta Y)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial W}\right)^2 (\Delta W)^2 + \dots \quad (2.27)$$

Se deja a consideración del estudiante el comprobar los resultados de los 6 casos anteriores usando las ecuaciones generales para propagar el error con base en el error absoluto/relativo y en la distribución gaussiana.

Cifras significativas

En las secciones anteriores se ha estimado el intervalo del error asociado a una medida hecha en el laboratorio. Se hace énfasis en que las cifras que son reportadas fuera del intervalo del error no tienen significado físico y es una equivocación el reportarlas directamente. Entonces se hace legítimo preguntar:

- ¿Cuántos dígitos se deben reportar después del punto decimal?
- ¿Cuántas cifras significativas se deben reportar?
- ¿Se trunca el número de manera arbitraria?
- ¿Estarán relacionados el número de dígitos reportados en la medición y el intervalo del error?

En el caso de que no se disponga del intervalo del error o los datos son provenientes de los cálculos (variables dependientes), existen reglas rápidas y aproximadamente correctas que ayudan a acotar el número de cifras a solo cifras significativas. Una cifra significativa es cualquier dígito entre el 1 y el 9, así como cualquier cero, siempre y cuando no sea un marcador de posición. Por ejemplo, para el número 1350 podríamos tener 3 o 4 cifras significativas, dependiendo si el último cero es un marcador de posición o no. Para el número 0.00320 tenemos 3 cifras significativas porque los primeros tres ceros están como marcadores de posición. Sin embargo, para evitar ambigüedades y tener la certeza de saber si se están reportando cifras significativas, se acude a la notación científica que para el primer ejemplo sería 1.35×10^2 y para el segundo sería 3.20×10^{-3} . De esta manera queda muy claro cuáles son las cifras significativas.

Los criterios son:

- Para establecer las **cifras significativas** del valor central es necesario que el valor de la medida tenga la misma cantidad de cifras significativas que el error asociado (ver ejemplos de abajo).
- La cantidad de cifras significativas para la multiplicación y división es igual a la cantidad de cifras significativas que tiene la cantidad con menos cifras significativas (ver ejemplo de abajo).
- Los ceros a la izquierda del primer dígito, que no es cero, sirven solamente para fijar la posición del punto decimal y no son significativos (por ejemplo, la cifra 0.88 tiene solo 2 cifras significativas).
- En un número con dígitos a la derecha del punto decimal, los ceros a la derecha del último número diferente de cero son significativos (por ejemplo, 88.00 tiene 4 cifras significativas).

Considera los siguiente ejemplos:

- Para el **caso de la suma o resta**, supón que un cubo tiene una masa de 9.9 g y otro cubo, que fue medido con otra balanza, tiene una masa de 0.3163 g. ¿Cuál es la masa total? Escribimos un signo de interrogación en los lugares donde hace falta información y los alineamos con respecto al punto decimal, quedando:

$$\begin{array}{r}
 09.9???? \text{ gramos} \\
 + \\
 00.3163? \text{ gramos} \\
 \hline
 10.2???? \text{ gramos}
 \end{array}
 \tag{2.28}$$

Por lo que el resultado a reportar, la masa total es de 10.2 gramos, con tres cifras significativas.

- Tanto para el **caso de la multiplicación así como de la división** se aplica la misma regla, considera el producto de 3.413? y 2.3?, el cual puede ser escrito de manera extensa como:

$$\begin{array}{r}
 3.413? \\
 \times \\
 2.3? \\
 \hline
 + \text{?????} \\
 10239? \\
 6826? \\
 \hline
 7.8?????
 \end{array}
 \tag{2.29}$$

Dando como resultado simplemente 7.8, con dos cifras significativas.

- Un ejemplo para el **caso de la división**. El resultado que se obtiene de la calculadora al dividir 384 entre 285.3 es de 13.459516. La regla nos dice que debemos tener el mismo número de cifras significativas que el número que tiene menor cifras, que en este caso es 3, por lo que el resultado debe reportarse como 13.5.
- El número trascendental e , también llamado número de Euler o constante de Napier, es aproximadamente 2.7182. Pero para ser exactos con el valor de e , deberíamos incluir un número infinito de dígitos. Otro caso es el número π (ver capítulo 4), cuando se hacen mediciones de π en el laboratorio, es incorrecto escribir el número que sale directo de la calculadora/computadora porque indicaría una precisión mucho mayor de la que esa regla puede proporcionar y, como hemos visto, existen ciertos

límites instrumentales y errores en medición que deben ser tomados en cuenta y que, por consecuencia, nos dará pauta para decidir hasta dónde truncar el número de dígitos después del punto decimal. Si el error absoluto es ± 0.1 al medir el valor π , entonces tendremos que reportarlo como $\pi = 3.1 \pm 0.1$, decimos que π tiene dos cifras significativas.

- Cuando usamos una cinta métrica, graduada en milímetros, para medir directamente la longitud de una mesa cuyos bordes están bien definidos y reportamos como valor central $\bar{l} = 154$ cm, estamos actuando incorrectamente. Esta expresión tiene menos cifras significativas de las que realmente se pueden obtener en la medición de esta cantidad utilizando dicho instrumento. Si la longitud de la mesa coincide exactamente con la marca del instrumento indicada con el número 154, o está más próxima de la misma que de otra, el valor central de la medida debemos expresarla como $\bar{l} = 154.0 \pm 0.5$ cm.

Redondeo de cifras

Al hacer una operación en una calculadora se despliegan ocho o más dígitos. Se cometerá una equivocación si estos números son reportados directamente como una medida indirecta, debido a que ignora la precisión de las medidas hechas de manera directa. Las siguientes reglas generales ayudarán a hacer el redondeo:

- Si el primer dígito que se va a eliminar es menor que 5, ese dígito y el resto de los dígitos se eliminan (por ejemplo, 3.14 redondeado a dos cifras significativas se reporta como 3.1).
- Si el primer dígito que se va a eliminar es mayor de 5, o si es 5 seguido de dígitos diferentes de cero, todos los dígitos siguientes se suprimen y el valor del último dígito que se conserva se aumenta en una unidad (por ejemplo, 54.359 redondea a tres cifras significativas será reportado como 54.4).
- Si el primer dígito que se va a eliminar es un 5 que no va seguido de ningún otro dígito, o si es un 5 seguido solo de ceros, entonces se aumenta en una unidad (por ejemplo, 54.2500 con tres cifras significativas se vuelve 54.3).

Para los estudiantes interesados en profundizar más en los diferentes tipos de error, así como en la medición, se recomienda el *Manual de trabajo para Laboratorios Interdisciplinarios I y II* de Armendariz Arnez y col. [2], así como el libro *Física Experimental* de Baird [3].

Para finalizar, señalamos que a lo largo de este manual de física experimental se realizarán las mediciones principalmente con sensores de diferente naturaleza (ultrasonido, dinamómetros, inductores, etcétera), por lo que es necesario tener presente estos conceptos dado que se harán cálculos con la computadora por medio del software Capstone y la interfaz 850 (PASCO), los cuales facilitan el registro y visualización de los datos que provienen de los sensores, pero esto no reduce la responsabilidad del usuario para hacer y reportar las mediciones de calidad.



3. Mediciones y análisis del error: π

Introducción¹

En la cultura científica, las medidas que no tienen unidades ni un error asociado pierden su significado. El cálculo del error de las mediciones nos sirve para saber qué tan precisa es una medición y qué tan significativo es el resultado. No hay mediciones que sean exactas, ya que todo proceso, al igual que las mediciones, están sujetas a variaciones por diversos factores (ver capítulo 2). Es por ello que es de suma importancia realizar la estimación del error, así como tomar en cuenta el instrumento de medición, ya que, al no hacerlo, el resultado obtenido no sería correcto. Un ejemplo histórico fue el determinar la edad de la Tierra a través de diversos métodos e hipótesis, tales como suponer el tiempo de enfriamiento de la roca incandescente o decaimiento radioactivo de los asteroides.

Objetivo

En esta práctica se aprenderá a determinar empíricamente el valor del número π mediante la medición del diámetro y la circunferencia de cuatro cuerpos circulares (discos) de diferentes tamaños (ver Figura 3.1) usando la cinta flexible transparente suministrada.

¹Basado en PASCO-Scientific/P02 [15].

Objetivos específicos:

1. Aplicar los conceptos de medición, error, exactitud y precisión.
2. Efectuar mediciones de longitud y obtener el error asociado a cada medición.
3. Expresar los resultados de las mediciones empleando cifras significativas.
4. Mostrar mediante la construcción de gráficas, la distribución estadística de las mediciones realizadas.
5. Determinar la constante de proporcionalidad entre el perímetro y el diámetro de la circunferencia mediante el ajuste de mínimos cuadrados de datos experimentales.
6. Establecer la ecuación para calcular la circunferencia en función del diámetro.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Cuál es la relación entre el número π , el diámetro y la circunferencia?
2. ¿El valor de π es el mismo para cada disco? ¿Por qué?
3. ¿Cuál es la máxima precisión que se puede alcanzar al medir el valor de π ? Explica tu respuesta.
4. ¿Cómo calcular experimentalmente el valor de π si no tuvieras el sentido de la vista?
5. Existen algunos mitos en internet, uno de ellos es la demostración meme de π (ver complemento de la práctica). Argumentar por qué esta demostración es falsa.
6. Proponer una manera de medir: (a) el radio de la tierra (b) la masa de un electrón, (c) la temperatura del sol, (d) masa de un alfiler.

Fundamento teórico²

El perímetro de un círculo es la longitud de su circunferencia y es directamente proporcional a su diámetro, la constante de proporcionalidad es el número irracional Pi (π) y su magnitud se calcula con la fórmula matemática $P = \pi D$ en donde P es el perímetro y $D =$ el diámetro.

Dado que los números irracionales tienen expresión decimal infinita, experimentalmente no es posible determinar su valor exacto; sin embargo, se puede determinar un valor aproximado con suficiente precisión si se realiza un proceso experimental sistemático que considere los errores en las mediciones.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Por ejemplo, al medir la longitud de un objeto se compara el objeto con un patrón de longitud, es decir, una regla, y además se debe estimar el último dígito porque la lectura cae entre las divisiones más pequeñas de la escala. Fijando el extremo del objeto en la división correspondiente al valor 0 de la escala de la regla y si el otro extremo cae entre dos divisiones; por ejemplo: entre 14 y 15 cm, entonces, una manera de estimar el error de medición es considerar el valor promedio como el valor de referencia ($\frac{14+15}{2}$) cm y la semidispersión máxima o también llamado error absoluto (la mitad de la mínima escala) ($\frac{15-14}{2}$) cm. Entonces se deberá reportar la longitud del objeto hipotético [$L=14.5 \pm 0.5$ cm]. En el caso de que el objeto que se mide no sea uniforme, esto introduce aún más error. Siempre se debe observar y registrar el error en todas las mediciones que se realicen. Por ejemplo, se puede registrar que la longitud de un objeto 24.2 ± 0.3 cm. Ten siempre en cuenta que las mediciones también deben incluir las unidades y redondear las respuestas finales a un número apropiado de dígitos. Por ejemplo, no tendría sentido reportar la longitud $24.24198 \text{ cm} \pm 0.3 \text{ cm}$. Las cifras 4198 no tienen significado. La regla para eliminar las cifras no significativas es la siguiente: si el número decimal después de la última cifra significativa es mayor a 5, se aumenta una unidad a la última cifra significativa; en caso contrario no se hace modificación. Dado el valor 2.2963 cm, su aproximación con tres cifras significativas es 2.296 cm y, con dos cifras significativas, 2.3 cm.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Conjunto Descubrir π (4 Discos, 2 cintas métricas, 4 toques de plástico)	ME-6806
1	Caliper	V-17

Tabla 3.1: Material.

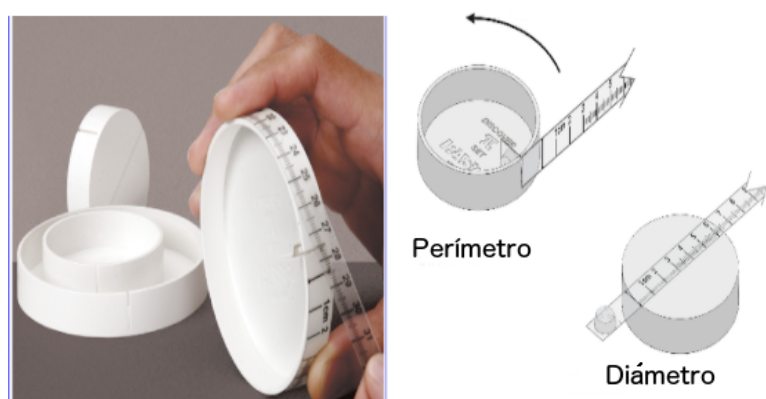
Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 1 minuto.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

Para medir la circunferencia, desliza el extremo doblado de la cinta flexible transparente en la ranura del lado del disco (ver Figura 3.1.b) y envolver la cinta una vez alrededor del disco para que se superponga al marcador de línea cero. Medir el diámetro a lo largo de la línea marcada en la cara del disco.

Las marcas del índice de la cinta métrica están impresas en la parte interior, de modo que la circunferencia real del disco (sin incluir el espesor de la cinta) es medida. Una



(a) Kit para medir diámetro y perímetro de 4 discos. (b) Midiendo el perímetro y el diámetro.

Figura 3.1: Material para medir el valor de π .

ranura lateral de cada disco sostiene la cinta mientras la circunferencia se mide. Una línea marcada en la cara de cada disco, que pasa por el centro, permite la medición del diámetro. Realizar el mismo procedimiento de manera paralela, pero en lugar de usar la cinta métrica se deberá usar el caliper.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 60 minutos.

Estimando el error por medio de la repetición

1. Una manera de estimar el error es repetir una medición varias veces. Probar este método para medir la circunferencia del disco más grande. Las marcas de la cinta se encuentran cada 0.1 cm, aunque es posible alcanzar una precisión mayor al agregar un dígito decimal adicional mediante la estimación entre las marcas de la escala. Vuelve a enrollar la cinta y repite la medición. ¿Se obtiene una respuesta diferente dependiendo de la tensión que se aplica a la cinta?
2. Introduce todos los valores en la Tabla 3.2. Estos valores se representarán en una gráfica de circunferencia contra índice. A medida que se agregan más valores, observa cómo cambia el máximo, el mínimo y la media (promedio). Cada persona del equipo tomará mediciones separadas e independientes, sin tomar en cuenta las mediciones de los otros integrantes. Registrar todos los valores para la circunferencia del disco grande en esta misma tabla. Registrar todos los valores para la circunferencia del disco grande en una hoja de cálculo y calcula el promedio.
3. La desviación estándar es utilizada como una buena estimación del error. Registrar el valor final para la circunferencia en la tabla de la derecha en la forma "valor medio" \pm "desviación estándar". Incluye solamente los dígitos que tienen sentido y recuerda colocar las unidades.
4. Anotar el valor para la circunferencia del disco más grande en la tabla.

5. Utilizar la misma cinta para medir el diámetro del disco más grande. Alinear el marcador (línea cero) con el borde del disco y medir el diámetro a lo largo de la línea marcada en la cara del disco, estimar el error en esta medición. No es necesario realizar la gran variedad de mediciones que se hicieron en la página anterior, pero al menos se deberán tomar 10 mediciones para estimar el error.
6. Registrar el diámetro del disco más grande en la Tabla 3.2.
7. Medir y registrar la circunferencia y el diámetro de los otros 3 discos.

Disco	Diámetro (cm)	Desviación estándar (cm)	Perímetro (cm)	Desviación estándar (cm)
1 más grande				
2 grande				
3 pequeño				
4 más pequeño				

Tabla 3.2: Datos del diámetro, perímetro y desviaciones estándares.

Estimando el error por medio de su propagación

1. Medir el diámetro y el perímetro con sus respectivos errores.
2. Calcular el cociente del perímetro entre el diámetro, así como la propagación del error para el cociente de variables (ver Capítulo 2).
3. Hacer este procedimiento para al menos 10 discos diferentes.
4. Calcular el promedio de todos los cocientes, así como calcular la incertidumbre utilizando la desviación estándar.

Análisis

Hacer una gráfica que muestre el perímetro de la circunferencia contra el diámetro. Comparar las gráficas realizadas con los softwares: Capstone, hoja de cálculo (Google worksheet), Python, Gnuplot, Matematica (wolframalpha), etcétera. Hacer la comparación entre cada software.

1. ¿Cuál es la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo?
2. Calcula el promedio y la desviación estándar.
3. Realiza un ajuste lineal de mínimos cuadrados. ¿Cuál es la pendiente de la línea? En el apéndice 22 se encuentran las bases del análisis por mínimos cuadrados.
4. Seleccionar el ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico. ¿Cuál es la pendiente de la línea? ¿Cuál es el significado físico de esta pendiente?
5. Observar el valor del error de la pendiente. Esto se basa en los valores ingresados, pero recuerda que existe un error asociado a las mediciones. Tomar el valor de \pm error que se determinó en la sección anterior y agregar esto a la circunferencia del disco más grande, y sustraerlo al valor de la circunferencia del disco más pequeño. ¿En qué medida esto cambia la pendiente? Este cambio es una buena estimación del error en su valor para la pendiente.

Pendiente=
 % estimación=
 Promedio perímetro/diámetro=
 Desviación estándar perímetro/diámetro=
 Ordenada al origen del ajuste lineal por mínimos cuadrados=
 Coeficiente de correlación lineal=
 Nota: En el apéndice 22 se encuentran las bases de este análisis.

6. Introducir la mejor estimación del valor para la pendiente, incluyendo el error:
7. Se han realizado las medidas de longitud de las circunferencias enrollando la cinta graduada alrededor de los discos. Realizar ahora la medida de la circunferencia manteniendo la cinta fija sobre la mesa y haciendo rodar los discos (sin que se deslicen) sobre la cinta.
8. Repetir la medición del punto precedente realizando esta vez cinco vueltas de los discos sobre la regla. La medición obtenida corresponde a cinco veces la circunferencia. Comparar los errores obtenidos en este caso con los obtenidos en la medición del precedente.

Porcentaje de error: Para encontrar el porcentaje del error asociado es necesario comparar la diferencia entre el valor medido (M) y el valor esperado (E):

$$\%error = \frac{E - M}{E} 100\% \quad (3.1)$$

Cuestionario³

1. ¿Cambiará la relación obtenida entre diámetro y circunferencia para otros objetos circulares, como, por ejemplo, una moneda o la llanta de un auto?
2. Realizando distintas mediciones de la misma magnitud física se obtienen en general resultados distintos, no solo para los errores. ¿Por qué ocurre este fenómeno?, una posible explicación es la existencia de un error sistemático que se cumple en el acto de medición. ¿Cuáles podrían ser los errores sistemáticos en el caso de las distintas operaciones de medición realizadas para las circunferencias y los diámetros de los discos?
3. Al medir la longitud de un palo se han obtenido los siguientes valores en centímetros: 90, 88, 92, 90, 91, 89, 91, 89 y 99. ¿De qué manera procederemos para hallar el valor más probable para la longitud del palo? Además, calcular el error absoluto de la primera medida.
4. Un valor aproximado, útil y fácil de recordar del número de segundos que hay en un año es $\pi \times 10^7$. Determinar el error de aproximación en este valor aproximado. (Un año tiene 365.24 días).
5. Al comer una bolsa de galletas con chispas de chocolate, se observa que cada una es un disco circular con diámetro de 8.50 ± 0.02 cm y espesor de 0.050 ± 0.005 cm.
 - a) Calcula el volumen promedio de una galleta y el error del volumen.
 - b) Obtener la razón diámetro/espesor y el error de dicha razón.

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].

6. Se sabe que el valor de la gravedad en cierto lugar es 9.81 m/s^2 , lo cual se quiere probar mediante un experimento con un péndulo simple. Debido a la dificultad para estimar experimentalmente los valores de la longitud del hilo y el periodo del péndulo, los valores se dispersan mucho y se obtienen los siguientes valores de g : 10.00, 10.02, 9.80, 10.00, 9.85, 10.03 y 10.02. a) Hallar el valor experimental más probable para g . b) Calcular el error relativo de cada medida.



4. Introducción a la medición: péndulo

Introducción¹

Tal como vimos en el capítulo anterior, la medición es un proceso esencial en el quehacer científico, debido a que cuantifica las variables que describen a cada fenómeno. En esta práctica se describirá el movimiento de un péndulo a través de mediciones directas e indirectas. El péndulo es conocido desde la antigüedad, pero fue Galileo el primero en describir cómo oscila y qué variables están involucradas en dicha oscilación. En la actualidad los péndulos y la forma en la que estos oscilan nos ha ayudado a comprender diversos fenómenos en la naturaleza, tal es el ejemplo de los sismos (haciendo uso de sismógrafos), llevar el ritmo en las composiciones musicales, medir el tiempo, estudiar la aceleración de la gravedad, evidenciar la rotación de la Tierra, entre otros.

Objetivo

El objetivo de este experimento es conocer la dependencia de la variable “periodo de oscilación” de un péndulo simple en función de otras variables, tales como la longitud, la masa, la amplitud del movimiento, el ángulo θ que forma con la vertical, entre otras.

Objetivos específicos:

1. Uso de los sensores e interfaz 850 y de la computadora.
2. Analizar gráficamente el movimiento de un péndulo.
3. Controlar variables.

¹Basado en PASCO-Scientific/P01 [14].

4. Investigar el por qué se consideran las oscilaciones pequeñas como una primera aproximación.
5. Definir y medir las variables independientes/dependientes.
6. Cuantificar su error asociado a cada medición.
7. Medir la frecuencia y el periodo.
8. Calcular el valor de g .
9. Analizar el movimiento periódico.
10. Exportar los datos de Capstone y hacer el análisis de datos con cualquier otro software tal como hojas de cálculo, Gnuplot o Python.

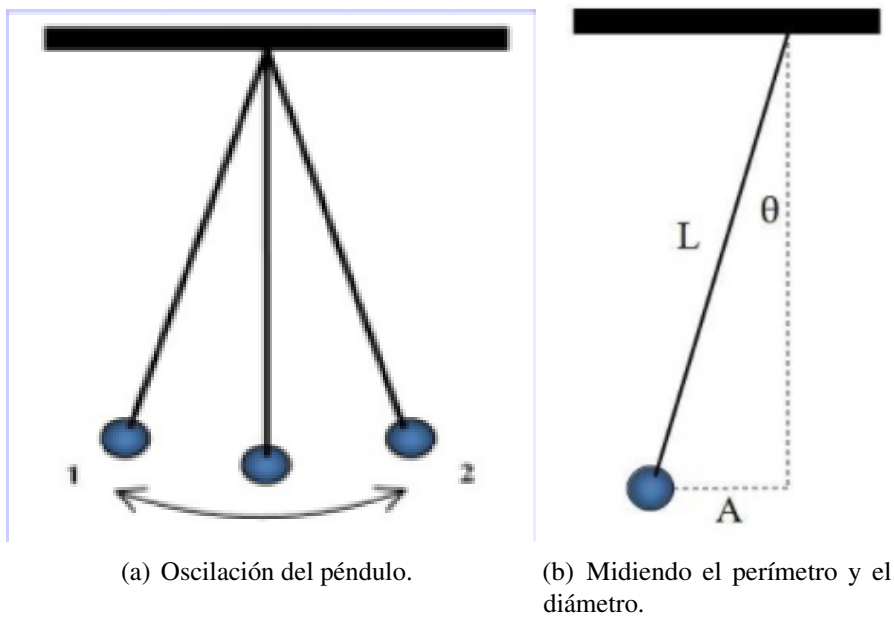


Figura 4.1: Variables del péndulo.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

- ¿El periodo del péndulo se puede medir como función de otras variables? ¿Cuáles son?
- ¿El periodo de un péndulo cambia con la amplitud?
- ¿El periodo de un péndulo cambia con la longitud de la cuerda?
- ¿El periodo del péndulo depende de la masa?

- Con base en lo anterior, ¿el periodo del péndulo es una variable dependiente o independiente?
- En las preguntas anteriores, ¿cuáles son errores asociados a las mediciones?
- ¿Cuál es el modelo matemático que relaciona las variables?
- Haz un esbozo de cómo crees que sería la gráfica del periodo vs. las otras variables.

Fundamento teórico²

Un péndulo simple consiste en un contrapeso de masa m el cual es atado a una cuerda de longitud L y de masa despreciable con respecto a m . Cuando el contrapeso es empujado fuera de su posición de equilibrio y liberado, comienza a oscilar. El periodo T es la cantidad de tiempo necesaria para realizar una oscilación completa (ir y regresar). En la Figura 4.1a se puede observar que el contrapeso va de la posición 1 a la posición 2 y de regreso a la posición 1. La amplitud A de oscilación es medida desde el punto de equilibrio hasta el máximo desplazamiento, por lo que es la mitad de la oscilación completa de la posición 1 a la posición 2.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
3	Cilindros del set de densidad “contrapeso”	ME-8569
1	Abrazadera del péndulo	ME-9506
1	Soporte universal	ME-8735
1	Abrazadera larga para la mesa	ME-9472
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Cuerda de 2 metros	SE-8050
1	Flexómetro	FI-3
1	Balanza	MH-5

Tabla 4.1: Material.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta> Los materiales completos se muestran en la Figura 4.2.

1. Anclar la varilla de 90 cm a la base y a su vez anclar la abrazadera del péndulo a la varilla en la parte superior. Colocar un pedazo de cuerda de 2 metros de longitud a la abrazadera del péndulo como se muestra en la Figura 4.3. Deslizar la cuerda a través del orificio del cilindro de latón y colocar los extremos de la cuerda en los clips externo e interno de la abrazadera del péndulo, formando con la cuerda una “V” al momento de colgar.
2. Ajustar el largo de la cuerda de tal manera que la distancia vertical entre el perfil inferior de la abrazadera del péndulo (Figura 4.3) y la mitad del contrapeso sea de 70 cm.
3. La abrazadera negra se sujeta y atornilla a la mesa. La varilla de 45 cm se inserta a la abrazadera y se atornilla. En la parte superior de la varilla se coloca el sensor de movimiento, cuidando que el sensor apunte hacia el péndulo tal que el disco de latón esté de cara al contrapeso (si es necesario ajustar el ángulo, ver Figura 4.4), apuntando a lo largo de la dirección en la que el péndulo tiene el movimiento de oscilación.
4. Verificar que el interruptor del sensor de movimiento esté posicionado en la parte superior. Ajustar la altura del sensor de movimiento arriba o abajo de tal manera que se encuentre a la misma altura que el contrapeso. El sensor de movimiento genera un cono de pulsos ultrasónicos, los cuales rebotan en la superficie de los objetos. Ten en cuenta que el sensor de movimiento puede detectar algunos objetos que no pertenecen al experimento (por ejemplo, una mano o personas pasando al fondo), por lo que es necesario verificar cuáles son los objetos que se están detectando y evitar una señal ruidosa (fuente de error tales como una mano o una persona en la periferia).
5. Ajustar la posición del soporte universal para que el sensor de movimiento quede a una distancia de alrededor de 25 cm con respecto al contrapeso en la posición de reposo. Conectar el sensor de movimiento a la interfase 850.
6. Comenzar un nuevo experimento en el programa de análisis de datos.



Figura 4.2: Muestra del material para el experimento del péndulo.

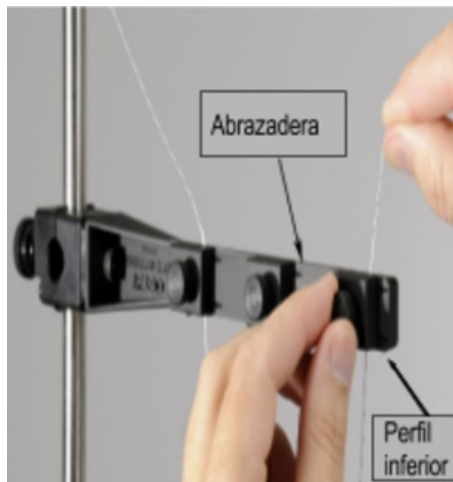


Figura 4.3: Ajustando la cuerda en la abrazadera.

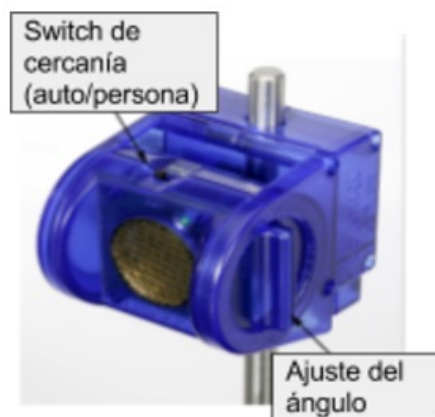


Figura 4.4: El sensor de movimiento es insertado en la varilla.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 90 minutos.

Resumen del procedimiento.

1. Poner el péndulo a oscilar en amplitud pequeña (pequeñas oscilaciones, es decir, un ángulo menor de 15 grados con respecto a la vertical).
2. Obtener la gráfica posición vs. tiempo con el sensor de movimiento.
3. Medir el periodo del movimiento con los datos del sensor de movimiento.
4. Repetir para los valores de la tabla de datos.
5. Graficar L vs. T . Comparar las gráficas realizadas con los softwares: Capstone, hoja de cálculo (tal como Google Worksheet), Gnuplot, Matematica (Wolframalpha), Geogebra, Python, etc. Hacer la comparación entre cada software, así como discutir la ventaja y desventaja de cada uno.
6. Análisis de datos por mínimos cuadrados. En el apéndice 22 se encuentran las bases del análisis por mínimos cuadrados.
7. A partir del valor de la constante de ajuste hallar el valor de la aceleración de la gravedad g .

Guardando datos

1. Construir un gráfico de posición m en función del tiempo s .
2. Comenzar la oscilación del péndulo: empujar el péndulo lejos del sensor de movimiento, a unos 5 cm y soltar. Tratar de obtener la oscilación lo más suave posible y con oscilaciones pequeñas.
3. Iniciar la grabación de datos. Cuando la gráfica se llene demasiado, se deberá parar la grabación y volver a empezar. En la barra de herramientas del gráfico es posible cambiar la escala del mismo. Verificar que la amplitud de la oscilación sea de unos 5 cm.
4. El sensor de movimiento no puede detectar objetos que estén a menos de 15 cm. Si es necesario, se puede alejar el péndulo del sensor.
5. ¿Los datos resultantes son una curva sinusoidal suave?
6. En caso de que no sea así, ajustar la posición del interruptor de rango en la parte superior del sensor de movimiento para determinar qué ajuste de intervalo devuelve los mejores datos. En general, la posición con el icono de carro es para objetos más pequeños y cercanos, y la posición con el icono de persona es para analizar los objetos más grandes y más lejanos.
7. ¿Hay suficientes puntos en los datos por cada periodo para definir la onda sinusoidal?
8. Si la respuesta es no, utilizar los controles de frecuencia de muestreo (desde el software) para aumentar la rapidez y poder ver el efecto. Una frecuencia de 50 Hz funcionará bien para este experimento.
9. Tratar de obtener una serie de datos que tengan una curva suave con 4 a 6 oscilaciones completas. Se pueden eliminar las corridas incorrectas según sea necesario: eliminar las corridas incorrectas mediante el botón *eliminar* de la barra de herramientas inferior.

10. Hasta ahora hemos usado pequeñas oscilaciones, pero ¿por qué?, argumenta tu respuesta con experimentos y datos. Por ejemplo, haz experimentos y registra datos también para 1) oscilaciones medias (entre 15 y 45 grados) 2) Oscilaciones grandes (90 grados). Haz una lista de al menos 3 dificultades encontradas.

Herramientas de medición

1. Medición del periodo del péndulo: mediante la herramienta de coordenadas, determinar el momento en que se produce el pico en cada oscilación y sustraer los picos adyacentes para obtener el periodo. Registrar en la bitácora el resultado obtenido.
2. ¿Se obtuvo la misma respuesta del periodo para todos los casos?
3. Cuando se seleccione la herramienta de coordenadas (*Coordinates Tool*), se puede dar click secundario sobre la región de la gráfica para activar la herramienta δ . La herramienta δ permite medir la diferencia entre dos puntos. Tratar de medir el periodo utilizando esta herramienta. Registrar el resultado en la bitácora.

Encontrar el mejor ajuste

1. Ahora se buscará el mejor ajuste de una curva que pueda reproducir el comportamiento de los datos obtenidos. Pero, antes de esto, es importante saber qué es lo que hace el software (*caja-negra*) para encontrar el mejor ajuste. Por lo anterior, se invita a leer el apéndice 22 para aprender a analizar los datos por Regresión lineal.
2. El software tiene varias funciones disponibles para ajustar la mejor curva (*Curve Fit*). En este caso selecciona el ajuste *Senoidal* (*Sine*) desde la barra de herramientas de gráficos. ¿Una onda senoidal ajusta bien al comportamiento de los datos?
3. La forma general de una onda senoidal es:

$$y = A \text{Sen} \left[\frac{2\pi}{T} x + \phi \right] \quad (4.1)$$

Donde A es la amplitud, T es el periodo, x la posición y ϕ es el ángulo de fase. Utilizar los valores del ajuste de curva obtenido anteriormente para calcular el periodo de la oscilación. ¿Cómo se compara esto con las respuestas anteriores?

En los siguientes apartados se explorará la variación de un parámetro dado, mientras se mantiene fijo el resto de los parámetros. Algunos parámetros se exhiben en la Figura 4.1.b

Parte 1. Variando la longitud

1. Cambiar la longitud del péndulo. Para predecir lo que le sucederá al periodo de oscilación cuando se disminuya la longitud del péndulo L . ¿Qué sucedió? ¿Aumentó, disminuyó o permaneció igual?
2. La longitud del péndulo L se mide desde el borde inferior de la abrazadera del péndulo hasta el centro del “contrapeso”.

3. Registrar una serie de corridas para diferentes longitudes de péndulo empezando con una longitud de 70 cm y disminuyendo en intervalos de 5 cm hasta llegar a 10 cm. Mantener la amplitud aproximadamente igual en todas las oscilaciones realizadas.
4. Utilizar cualquiera de las tres herramientas mencionadas en la sección anterior para determinar el periodo de oscilación en las distintas longitudes del péndulo.
5. Registrar la longitud del péndulo y del periodo en la Tabla 4.2.
6. Graficar los valores L vs. T .

$L \pm \Delta L$	$T \pm \Delta T$
(cm)	(s)
10	
20	
30	
40	
50	
60	
70	
80	
90	
100	

Tabla 4.2: Reporte del periodo T de un Péndulo de longitud L , así como sus errores respectivos.

Análisis de los datos: encontrando el mejor ajuste

1. Analizar los datos obtenidos con el software Capstone es práctico, pero es importante aprender a hacer el análisis por mínimos cuadrados con cualquier otro software, tal como hoja de cálculo, Gnuplot o Python. Para exportar y descargar los datos obtenidos en el experimento véase la Sección 22.
2. Frecuentemente los datos se representan en una línea recta para obtener el mejor ajuste, calcular la pendiente α y manejar e interpretar los datos con facilidad. Para llevar a cabo este cambio, se debe seleccionar el nombre del eje horizontal del gráfico (periodo en función de longitud) y seleccionar *cálculo rápido* (quick calcs, ver apéndice 22) para cambiar la forma en que se grafica la longitud en función del periodo. Prueba haciendo los cambios: $\frac{1}{L}$, L^2 , etc. ¿Alguno de estos resultados es una línea recta?
3. Regresar el eje horizontal a L e intentar cambiar el eje vertical. Pruebe haciendo cambios: $\frac{1}{L}$, L^2 , etc. Se deberá conseguir que las gráficas sean una línea recta. ¿Qué gráfico produjo una línea recta?
4. Seleccionar el ajuste de *curva lineal* (linear curve fit) en la barra de herramientas del gráfico y registrar los coeficientes de ajuste lineal.

La ecuación de una línea recta es $y = \alpha L + b$, donde α = pendiente y b = ordenada al origen.

Parte 2. Variando la amplitud

1. Variar la amplitud de la oscilación del péndulo. Predecir lo que le sucederá al periodo de oscilación cuando se disminuya la amplitud del péndulo. ¿Aumentará, disminuirá o permanecerá el mismo periodo?
2. Ajustar la longitud del péndulo de modo que la distancia desde el borde inferior de la abrazadera del péndulo a la parte superior del cilindro sea de 40 cm.
3. Registrar una serie de datos para diferentes amplitudes del péndulo comenzando con una amplitud de 10 cm y disminuyendo en intervalos de 2 cm hasta alcanzar una amplitud de 2 cm. La amplitud se mide desde el equilibrio hasta el desplazamiento máximo.
4. Reusar cualquiera de las tres herramientas de medición utilizadas en la sección *herramientas de medición* (measurement tools) para determinar el periodo de oscilación en cada amplitud.
5. Registrar la amplitud y el periodo en la Tabla 4.3.

A (cm)	T (s)

Tabla 4.3: periodo T de un péndulo con amplitud A .

Parte 3. Variando la masa

1. En esta parte se variará la masa del contrapeso del péndulo. Predecir lo que sucederá al periodo de oscilación cuando se disminuya la masa del contrapeso. ¿Aumentará, disminuirá o permanecerá el mismo periodo?
2. Ajustar la longitud del péndulo de modo que la distancia desde el borde inferior de la abrazadera del péndulo a la parte superior del cilindro sea de 60 cm. Medir cuidadosamente y mantener esta longitud igual para los tres contrapesos.
3. Utilizando una amplitud de oscilación de 6 cm para las tres corridas, registrar una serie de datos para cada uno de los tres movimientos del péndulo (latón, aluminio y plástico). Tratar de obtener la oscilación lo más suave posible.
4. Utilizar cualquiera de las tres herramientas de medición utilizadas en la sección *herramientas de medición* para determinar el periodo de oscilación para cada movimiento del péndulo.
5. Registrar la amplitud y el periodo en la Tabla 4.4.

Contrapeso	T (s)	m (g)
Metal		
Aluminio		
Plástico		

Tabla 4.4: Periodo T de un péndulo con masa m .

Cuestionario³

1. En general, ¿qué sucede con el periodo de un péndulo cuando cambia la longitud, la masa y la amplitud del movimiento?
2. ¿Aumentará, disminuirá o permanecerá el mismo periodo al momento de cambiar ya sea la longitud, la masa y la amplitud del péndulo?
3. En San Francisco un edificio tiene aditamentos ligeros para iluminar la sala que consisten en bombillas pequeñas de 2.35 kg con pantallas que cuelgan del techo en el extremo de cordones ligeros y delgados de 1.50 m. de longitud. Si ocurre un terremoto leve, ¿cuántas oscilaciones por segundo harán tales aditamentos?
4. Un péndulo en Marte. En la Tierra cierto péndulo simple tiene un periodo de 1.60 s. ¿Qué periodo tendrá en Marte, donde $g = 3.71 \text{ m/s}^2$?
5. **Pregunta reto:** todos los animales que caminan, incluido el ser humano, tienen un ritmo (paso) natural para caminar, un número de pasos por minuto, que es más cómodo que un ritmo más rápido o más lento. Suponer que este ritmo natural corresponde a la oscilación de las piernas como un péndulo físico. a) ¿Cómo depende el paso natural de la longitud L de la pierna, medida de la cadera al pie? Considerar a la pierna como una varilla uniforme con pivote en la cadera. b) Pruebas fósiles demuestran que el *Tyrannosaurus rex*, un dinosaurio bípedo que vivió hace 65 millones de años al final del periodo Cretáceo, tenía una longitud de pierna $L = 3.1 \text{ m}$ y una longitud de paso (la distancia de una huella a la siguiente del mismo pie) $S = 4.0 \text{ m}$. Estimar la rapidez con que caminaba el *Tyrannosaurus rex*.

Experimentos adicionales: el cálculo de g

Con un péndulo se puede comprobar que se cumple la relación entre el periodo y la longitud. La aceleración de la gravedad de la Tierra puede ser calculada utilizando un péndulo simple. Se sabe que la relación entre el periodo de oscilación y la longitud de la cuerda están relacionadas por la siguiente ecuación tomando en consideración que esto es una aproximación para oscilaciones pequeñas (es decir, un ángulo menor de 15 grados con respecto a la vertical).

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (4.2)$$

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].

Donde T es el periodo del péndulo, L su longitud y g la aceleración debida a la gravedad. Al elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación, se puede observar que para una gráfica de T^2 contra L , la pendiente de la recta resultante está dada por:

$$\text{Pendiente} = \frac{T^2}{L} = \frac{4\pi^2}{g} \quad (4.3)$$

Utilizar la pendiente del gráfico de T^2 en función de L que se obtuvo para calcular g , la aceleración debida a la gravedad. Reportar el resultado de g y el valor del intervalo del error.

Suponer que el péndulo se puede llevar a la Luna donde la gravedad es menor, ¿qué pasaría con el periodo y por qué?

La amplitud de un péndulo se mide generalmente por el ángulo que forma al oscilar y no por su desplazamiento horizontal. En la última sección, cuando se cambió la masa, se obtuvo una longitud y una amplitud máxima de 60 y de 6 cm respectivamente. En general, el periodo de un péndulo no depende de la amplitud cuando el ángulo es pequeño, es decir, cuando es inferior a 15 grados; cuando esto sucede las funciones trigonométricas se pueden expresar de la siguiente manera: $\text{Sen}\theta \sim \theta$, $\text{Cos}\theta \sim 1$, $\text{Tan}\theta \sim \theta$.

Cuando el ángulo es mayor a 15 grados, las funciones trigonométricas ya no se pueden aproximar como se hizo para ángulos menores a 15 grados. Usando trigonometría, calcular la amplitud del péndulo.



5. Movimiento relativo en una dirección

Introducción¹

Tal vez se ha notado que cuando se va en una bicicleta en compañía de algún amigo que avanza lentamente, parece que él se mueve hacia atrás cuando es rebasado; a pesar de que él sigue pedaleando para adelante, parece como si pedaleara en reversa. Esto es llamado movimiento relativo. A Galileo le pareció muy interesante el movimiento relativo, por lo que encontró cómo transformar la rapidez entre un marco de referencia inercial y otro. Siglos después, Einstein propuso, en la teoría de la relatividad especial, una nueva definición para la rapidez relativa, tema que será abordado en cursos avanzados de física.² Por ahora se analizará el movimiento de un objeto visto por diferentes observadores en marcos de referencia inerciales. Por ejemplo, si trasladamos el movimiento relativo al sistema Sol-Tierra-Luna, tenemos que para un observador ubicado en la Tierra, la Luna describirá una órbita casi circular en torno a la Tierra, pero para un observador que está ubicado en el Sol, la trayectoria de la Luna será en una línea ondulante, por su parte tenemos dos trayectorias diferentes para la Luna, por lo cual dichos observadores deberán reconsiderar sus observaciones tomando en cuenta sus movimientos relativos respectivos.

Objetivo

El propósito de esta práctica es estudiar el movimiento relativo en una dimensión mediante la comparación de la rapidez media de dos cuerpos. Se mide la velocidad del carro

¹Basado en PASCO-Scientific/P03 [16].

²La teoría de la relatividad especial estudia los objetos que se mueven a rapidezces cercanas a la de la luz, con la ayuda de la transformación de Lorentz.

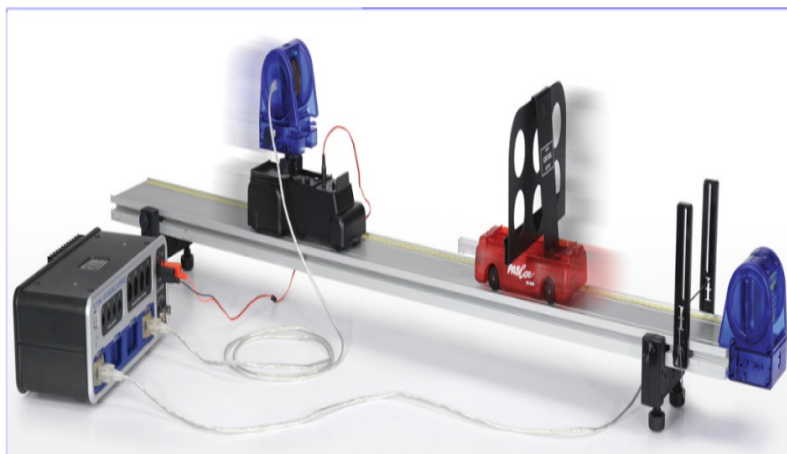


Figura 5.1: Midiendo el movimiento relativo entre dos carros.

(PASCART) rojo (ver Figura 5.1) con el sensor de movimiento del extremo derecho y simultáneamente con el sensor de movimiento ubicado en el carro motorizado en movimiento y utilizando la ecuación 5.2.

Objetivos específicos:

1. Definir sistemas de referencia.
2. Medir el movimiento relativo.
3. Definir y medir las variables independientes/dependientes así como cuantificar su error asociado a la medición.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente al suponer que los dos carros circulan en sentido contrario:

1. Describe qué es un marco de referencia.
2. Describe qué es un marco de referencia inercial y no inercial.
3. Para dos carros en marcos de referencia que se acercan uno al otro, ¿su rapidez relativa es la suma algebraica? ¿Por qué?
4. ¿Cuál es el signo de la rapidez relativa y de qué depende? ¿Por qué?
5. ¿Por qué un automóvil que circula en sentido contrario parece tener mayor rapidez?

Fundamento teórico³

Experimentalmente el movimiento relativo es importante cuando la medición depende de la posición en la que se encuentra el observador, es decir, la descripción del movimiento de un cuerpo depende del lugar en el que se está situado el observador. Para cuantificar el movimiento relativo de un punto P es necesario utilizar las transformaciones de Galileo para la posición y la rapidez entre los dos marcos de referencia (ver Figura 5.2). Para esto, se define el marco S que se encuentra en tierra (fijo) y el marco S' que se mueve relativamente con respecto a S con una rapidez W , entonces \vec{r} describe a P desde S , \vec{R} describe a S' desde S y \vec{r}' describe a P desde S' obteniendo la siguiente suma vectorial de la posición:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}' \quad (5.1)$$

Para obtener la velocidad (ver ecuación 5.2), derivamos la ecuación 5.1, donde W es la velocidad relativa entre S y S' , así como v y v' son las velocidades de P para el marco S y S' , respectivamente:

$$\vec{v} = \vec{W} + \vec{v}' \quad (5.2)$$

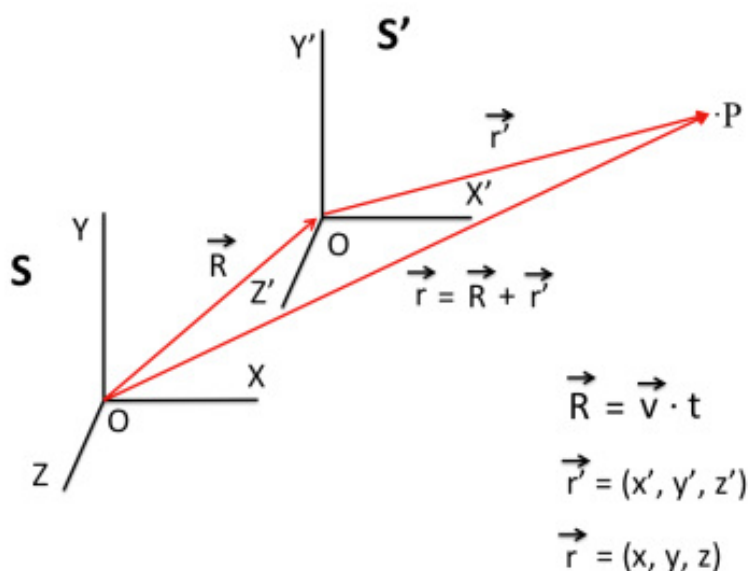


Figura 5.2: Marcos de referencia S y S' que describen el movimiento de S . La proyección en cada eje es $y = y' = cte$, $x = R_x + x'$.

³Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

El caso más sencillo de analizar es el movimiento unidimensional, es decir, escoger un marco de referencia tal que se pueda analizar solo uno de los tres componentes del movimiento, en este caso x . Al hacer la descomposición en cada dirección de la ecuación 5.1 se obtiene:

$$\begin{aligned}x &= R_x + x' \\ y &= y' = cte \\ z &= z' = cte\end{aligned}\tag{5.3}$$

Diseño experimental

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
2	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Bases para el sistema dinámico PASCART 1.2 m	ME-8994
1	Sistema dinámico PASCART 1.2 m (carro rojo y riel)	ME-6955
1	Accesorio adaptador de carro	ME-6743
1	Carro motorizado	ME-9781
1	Base y vela de 30 cm para PASCART	ME-9595
1	Parachoques elástico (4 bases y 1 liga)	ME-8998

Tabla 5.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de instalación: 40 minutos.

1. Uno de los sensores de movimiento se conecta al adaptador del carro con el tornillo de la placa. Fijar el adaptador del carro en la bandeja superior del carro motorizado. Colocar el sensor de movimiento para que apunte hacia adelante y utilizar el tornillo grande para fijarlo en su posición.
2. El sensor de movimiento en el carro motorizado debe ser conectado al puerto 4 de la Interfase 850 (puerto Pasport), tal como se muestra en la Figura 5.3.
3. Verificar que el carro motorizado esté apagado y que en el menú de configuración de Capstone esté desactivado (*off external setting*). Conectar el cable de alimentación del carro motorizado a la salida 1.

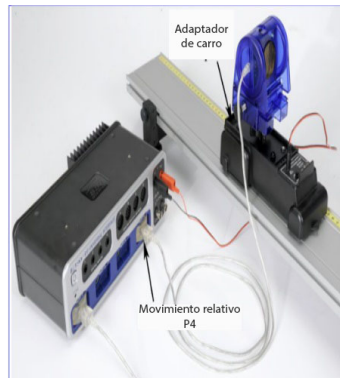


Figura 5.3: Carro motorizado con sensor de movimiento.

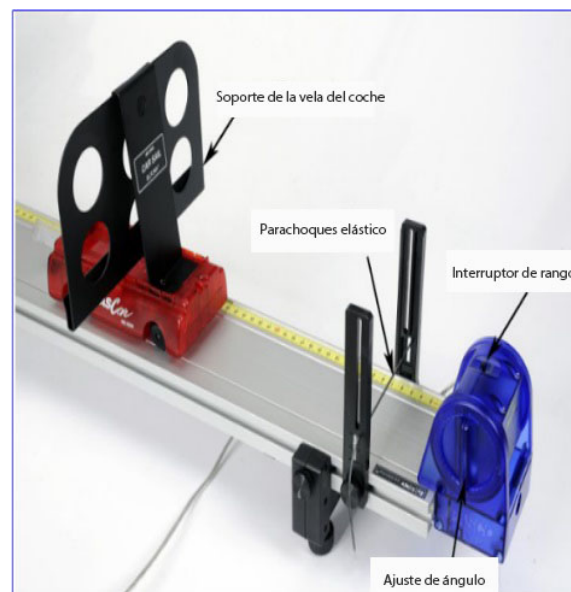


Figura 5.4: Sensor de movimiento en la pista.

4. Instalar el parachoques elástico de tal manera que la liga elástica no interfiera con el sensor de movimiento (Figura 5.4). El segundo sensor de movimiento se desliza hacia el final de la pista (después del parachoques). Este segundo sensor de movimiento debe ser conectado al puerto Passport 1. Verificar que el interruptor de rango esté en el icono *Carro* para ambos sensores.
5. Montar el soporte de la vela del carro en el carro rojo PASCART. Utilizar los soportes ajustables para nivelar la pista para que el carro rojo no se mueva cuando sea liberado.
6. El sensor de movimiento sobre el riel medirá el movimiento del carro rojo PASCART y el sensor de movimiento en el carro motorizado medirá el movimiento del carro PASCART al detectar la vela del carro PASCART, por tanto, se medirá el movimiento de la vela desde dos perspectivas diferentes, es decir el movimiento relativo entre los carros.

Procedimiento

1. Colocar el carro motorizado en la pista en el extremo opuesto al sensor de movimiento que se encuentra anclado al riel. Colocar el carro rojo a unos 20 cm del carro motorizado.
2. Iniciar la grabación y, a continuación, mover el carro rojo PASCART al extremo opuesto de la pista (rumbo al segundo sensor). Observar la posición de la mano en el carro en la Figura 5.5, la cual evita el aumento del ruido en los datos. Detener la grabación.



Figura 5.5: Carro en movimiento.

3. Identificar los datos que corresponden a cada carro. Los datos deben ser continuos y sin fallas. En el sensor de movimiento, girar la base (Figura 5.4) para ajustar el ángulo y así reducir el error en los datos. Tomar en cuenta que el sensor de movimiento no puede medir una distancia inferior a 15 cm.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en la barra de control en la parte inferior (triángulo de colores).
5. Las velocidades medidas por los sensores de movimiento en este experimento son cálculos que incluyen un valor absoluto. Por lo tanto, todos los valores medidos por el ordenador serán positivos. El sensor de movimiento de la pista medirá la velocidad real del carro rojo. El sensor de movimiento en el carro motorizado medirá la velocidad relativa entre los dos carros. La velocidad real del carro motorizado viene determinada por el voltaje aplicado (ver rubro 9).

Cuidado: no bloquear el extremo del carro a la derecha o el soporte de la vela del carro a la izquierda. El sensor de movimiento necesita ver el carro y la vela, pero no la mano.

6. Con el coche rojo en medio de la pista, comenzar a grabar. Suavemente mover el carro rojo a la izquierda (10 a 20 cm) y luego a la derecha, después de nuevo al centro en un tiempo total de aproximadamente 8 segundos.
7. ¿Cómo se ve la gráfica? Identificar qué conjunto de datos se midió en qué zona. Los datos deben ser continuos con un mínimo de fallos y sin picos (ver Figura 5.6).
8. Una vez que el sistema esté funcionando, para obtener buenos datos de ambos sensores, eliminar todas las ejecuciones (utilizando la función *eliminar ejecución* en la barra de control en la parte inferior).

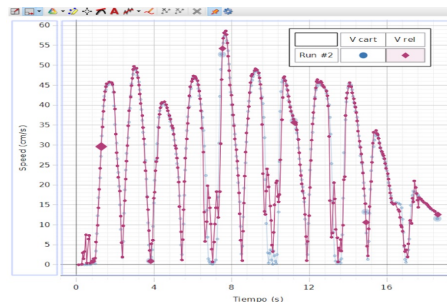


Figura 5.6: Velocidad medida por ambos sensores.

9. Colocar el carro motorizado en la pista en el extremo opuesto del sensor de movimiento. Colocar el carro rojo en reposo contra el parachoques elástico.
10. Ajustar la salida de voltaje CC (Corriente Continua) a 2 voltios. Iniciar la grabación y, a continuación, hacer clic en la salida *Activado* y después en la salida *Off* antes de que el carro motorizado llegue al otro extremo.
11. Tener en cuenta la velocidad del carro motorizado, utilizando la visualización de gráficos y dígitos. Ajustar el voltaje a 2.10 voltios y repetir. ¿Cómo cambia la velocidad?
12. Ajustar el voltaje para obtener la velocidad del carro motorizado lo más cerca posible a 10 cm/s.
13. Ajustar la salida en el modo *auto*. Esto activará automáticamente el carro motorizado cuando inicie la grabación y lo apagará cuando deje de grabar. Realizar algunas pruebas para verificar que el carro motorizado se enciende y apaga correctamente, y que la velocidad del carro motorizado es de 10 cm/s.

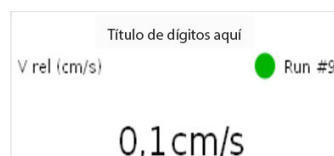


Figura 5.7: Velocidad relativa, primera ejecución.

14. Colocar el carro motorizado en la pista en el extremo opuesto del sensor de movimiento. Empezando con el carro rojo cerca del centro, impulsar el carro rojo (lejos del carro motorizado) hacia el sensor de movimiento en la pista, y permitir que el carro rebote en el parachoques elástico. Iniciar la grabación tan pronto como el carro cambie de dirección. Detener la grabación antes de que los dos choquen.
15. Elegir una hora en el gráfico donde se tengan datos de velocidad suave para ambos. Utilizar la herramienta de coordenadas para medir la velocidad del carro rojo.
16. Calcular la velocidad relativa. Recordar que la velocidad del carro motorizado es de 10 cm/s. Para una colisión frontal, ¿cómo se calcula la velocidad relativa?, ¿se suman las velocidades o se restan?
17. Medir la velocidad relativa del gráfico y compararla con la calculada. Repetir para otros dos ensayos (ver Figura 5.8).

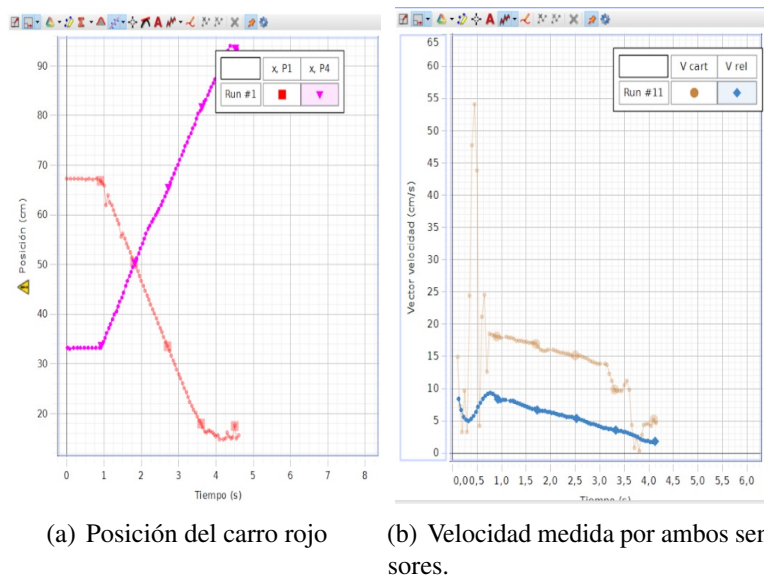


Figura 5.8: Gráficos y PASCART.

18. Repetir para los dos carros que se mueven en la misma dirección.
19. Para cada uno de los pares de datos, comparar la velocidad medida (M) con el valor calculado (aceptado o promedio, C) usando el cálculo de porcentajes de error (E) tal como sigue en la ecuación 5.4:

$$E = \left[\frac{M - C}{C} \right] (100\%) \quad (5.4)$$

20. Registrar los valores en la tabla 5.2.
21. En general, ¿qué tan bien se comparan los valores?

Núm	Velocidad $\pm \Delta v$ calculada (m/s)	Velocidad $\pm \Delta v$ media (m/s)	% de error
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Tabla 5.2: Datos de la velocidad calculada, velocidad medida y el porcentaje de error entre ambos.

Cuestionario⁴

1. ¿Qué distancia viaja hacia adelante un automóvil que se mueve a razón de 58 km/h, durante un segundo? A esta rapidez, ¿cuánto tiempo se tiene para ver un accidente al lado de la carretera?
2. Dos trenes, cada uno a una velocidad de 34 km/h, corren uno hacia el otro en la misma vía recta. Un pájaro que puede volar a 58 km/h vuela saliendo del frente de un tren cuando los trenes están separados por una distancia de 102 km y va directamente hacia el otro tren. Al llegar al otro tren vuela de regreso hasta el primer tren y así sucesivamente. (a) ¿Cuántos viajes podrá hacer el pájaro de un tren a otro antes de que los trenes choquen?, (b) ¿Cuál es la distancia total que recorre volando el pájaro?
3. Un automóvil sube una pendiente a la velocidad constante de 40 km/h y retorna cuesta abajo a la velocidad de 60 km/h. Calcula la velocidad promedio del viaje redondo.
4. Un río de 400.0 m de ancho fluye de oeste a este a 30.0 m/min (ver Figura 5.9). La lancha donde se viaja se mueve a 100 m/min, con respecto al agua, sin importar la dirección en que apunte. Para cruzar el río, partes de un muelle en el punto A en la ribera sur. Hay una lancha que llega a tierra directamente en el sentido opuesto, en el punto B de la ribera norte, y también una que llega al punto C, 75 m corriente abajo desde B (Figura 5.9). a) ¿A qué punto de la ribera norte llegarías a tierra, si tu lancha apuntara perpendicularmente a la corriente del agua, y qué distancia viajarías?; b) Si diriges inicialmente tu lancha justo hacia el punto C y no cambiara ese rumbo en relación con la orilla, ¿a qué punto de la ribera norte llegarías?; c) Para llegar al punto C: i) ¿con qué rumbo deberías dirigir tu bote?, ii) ¿cuánto tiempo tardarías en cruzar el río?, iii) ¿qué distancia viajarías?, y iv) ¿cuál sería la rapidez de tu lancha según la medición de un observador situado en la ribera del río?

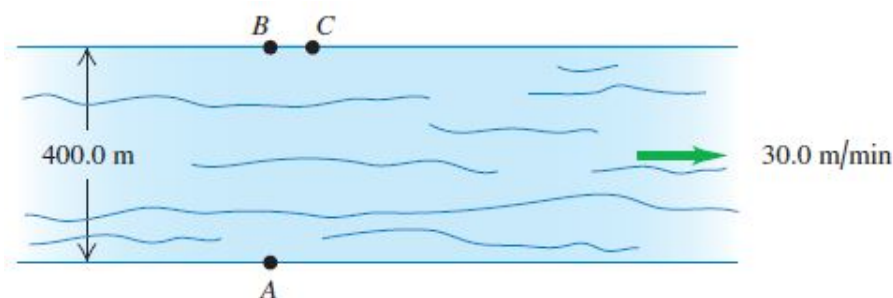


Figura 5.9: Pregunta de cuestionario acerca del movimiento relativo en un río.

⁴Basado en Halliday, Resnick y Krane [7].



6. El significado de las gráficas

Introducción¹

De acuerdo a las investigaciones relacionadas a los diferentes estilos de aprendizaje (por ejemplo, el énfasis en el aprendizaje por medio del canal visual, auditivo, lectura/escritura y kinestésico, Leite, Svinicki y Shi [10]), el cerebro recibe la mayor parte de la información por medio de la vista. Por ello, es importante representar/mostrar los resultados de los experimentos (datos ordenados en tablas) por medio de gráficas con el objetivo de visualizar la tendencia del comportamiento del fenómeno físico. La importancia de los gráficos en la ciencia radica en el momento de representar datos de una manera estructurada para dar a conocer el resultado de algún estudio realizado, con el fin de facilitar la comprensión. Por ejemplo, al tener un gas de cierto elemento químico y al aumentar o disminuir su presión, es necesario conocer la manera en que cambian los demás parámetros físico-químicos. Llevar a cabo estos estudios ayuda a comprender el comportamiento de los gases en general y de manera particular los gases degenerados, con los cuales se puede entender el comportamiento de algunas estrellas. La generación de tablas ayuda a resumir/describir los procesos geoquímicos de las rocas o la resistencia de los materiales, entre otras utilidades.

Objetivo

En esta práctica se estudiará el movimiento de una persona mediante el análisis de las gráficas al explorar y reproducir las gráficas de posición, velocidad y aceleración.

¹Basado en PASCO-Scientific/P04 [17].

Objetivos específicos:

1. Hacer movimientos corporales tal que se reproduzca el gráfico proporcionado.
2. Estimar cualitativamente la velocidad y la aceleración.
3. Asociar el cambio de movimiento a las gráficas de velocidad y aceleración.
4. Aprender el significado de las gráficas de x , v , así como a versus el tiempo t .

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

- Describe cuáles deberían ser los movimientos necesarios que se deben hacer para reproducir las gráficas 6.2 y 6.3.

Fundamento teórico²

La relación entre rapidez (v), posición (x) y tiempo (t) está descrita como la pendiente de la gráfica x vs. t . La pendiente se puede calcular como:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (6.1)$$

El valor de la pendiente nos indicará el ritmo al que un objeto se puede acercar o se aleja. De la misma manera, la pendiente de la gráfica de la rapidez en función del tiempo describirá la magnitud de la aceleración del objeto (a), la cual puede ser calculada como:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (6.2)$$

La pendiente indica el ritmo al cual el objeto cambia su rapidez; a este cambio se le llama aceleración. Por lo tanto, al hacer el análisis de la pendiente, se podrá saber la tasa en la que se acelera o desacelera el objeto.

Nota: En este experimento hablaremos únicamente de magnitudes debido a que el movimiento ocurre en una dimensión (1D), por lo que la velocidad (que es un elemento vectorial) será simplemente la rapidez en la dirección del riel.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Vela azul del carro	ME-9595
1	Abrazadera de mesa	ME-9707
1	Barra de 45 cm	ME-8736

Tabla 6.1: Material.

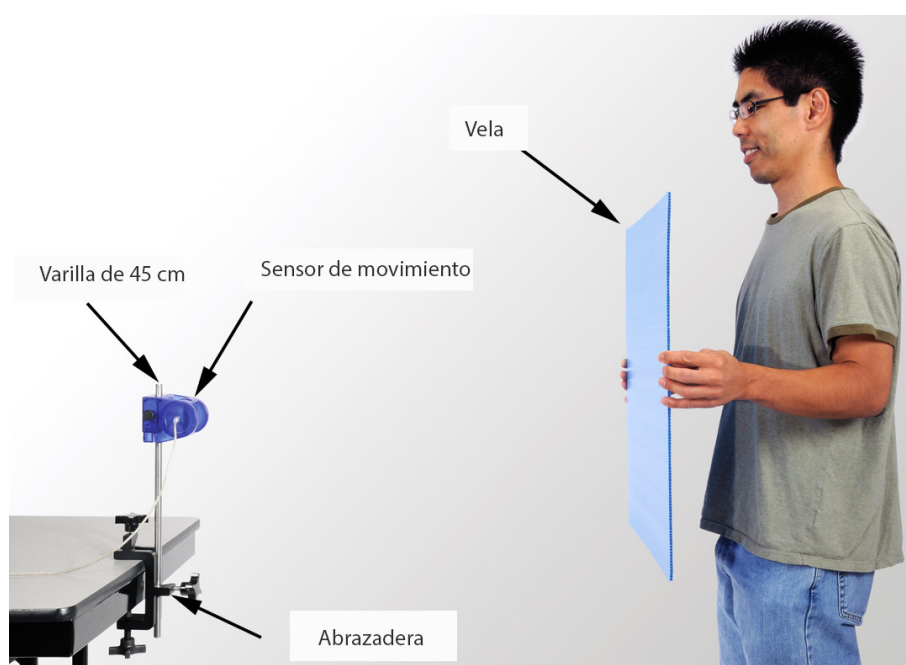


Figura 6.1: La vela azul grande del carro se utiliza como blanco para mejorar los resultados del gráfico usando el sensor de movimiento.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 2 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Utilizar la abrazadera de varilla y la varilla de 45 cm para sujetar el sensor de movimiento a la mesa, como se muestra en la Figura 6.1. Se necesitarán al menos 3 metros de espacio vacío delante del sensor.

2. Conectar el sensor de movimiento a la interfaz y ajustar el sensor de movimiento en el ajuste *personas*.
3. Dirigir el sensor de movimiento a la sección media cuando se esté de pie frente al sensor. Colocar la vela azul del ME-9595 (ver Figura 6.1) delante del cuerpo de la persona para mejorar los resultados, puesto que una reflexión de diversas partes del cuerpo mientras se mueve puede imitar el movimiento rápido hacia adelante y hacia atrás.
4. Colocar el monitor de la computadora para que se pueda ver la pantalla al alejarse del sensor de movimiento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 min.

1. Permanecer 1 metro delante del sensor de movimiento, sosteniendo la vela azul como se muestra en la Figura 6.1.
2. Comenzar a grabar. El sensor de movimiento hará un débil sonido y el LED verde parpadeará para indicar que está encendido.
3. Después de comenzar la grabación, realizar una cuenta regresiva de tres segundos antes de que comience la grabación de datos para alcanzar a posicionarse. Observar el reloj, en la parte inferior de la pantalla, hasta que llegue a cero y entonces comenzar el movimiento.
4. Caminar hacia el sensor y después alejarse, mirando el gráfico mientras se mueve la vela azul. La grabación se detendrá automáticamente después de 10 segundos. ¿El gráfico registró correctamente la posición?
5. En cada una de las siguientes páginas hay un gráfico que se tratará de reproducir. Los tres primeros son gráficos de posición, y los cuatro siguientes son gráficos de velocidad. Para los gráficos de velocidad, se debe comenzar a $\frac{1}{2}$ metro del sensor de movimiento. Para los gráficos de posición, se puede ver la distancia inicial en el gráfico, y se debe iniciar en dicha posición. También se puede marcar la posición en el suelo con algún tipo de cinta.
6. Intentar reproducir el gráfico moviendo la vela hacia adelante o hacia atrás. La pantalla de puntuación mostrará qué tanto se coincide con el gráfico. Cuanto más cerca de 100, mejor. Es bastante fácil conseguir una puntuación por encima de 95 en las gráficas de posición. Las gráficas de velocidad son más difíciles y las puntuaciones por encima de 80 son buenas.
7. Comenzar a grabar. Comenzar una cuenta regresiva de tres segundos y reproducir el gráfico. La grabación se detendrá automáticamente después de 10 segundos.
8. Repetir el proceso de registro de datos tantas veces como sea necesario (si el tiempo lo permite) para obtener la mejor coincidencia. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *Eliminar* en la barra de control inferior. Si se desea examinar una ejecución anterior, se deberá utilizar el triángulo negro mediante el icono *seleccionar ejecución*, en la barra de herramientas de gráficos, la cual esta situada encima del gráfico.

9. Ver qué compañero puede obtener la mejor puntuación. En un pedazo de papel escribir qué ejecuciones fueron las mejores y quién las hizo.
10. Repetir el proceso para el resto de los gráficos.

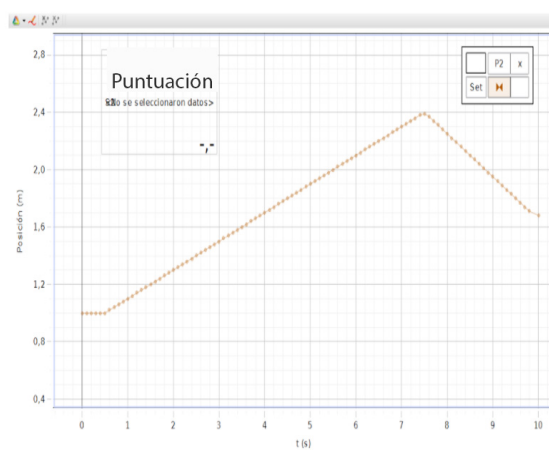
Cuestionario

Gráficas de posición

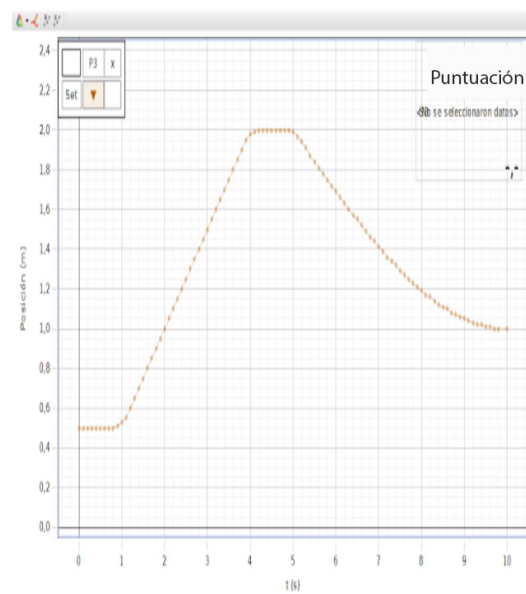
1. En la gráfica de posición en función del tiempo, ¿qué significa una línea horizontal?
2. ¿Qué interpretación física tienen las pendientes positiva y negativa en las gráficas de posición en función del tiempo?
3. En la gráfica Posición 3, ¿qué está ocurriendo entre los 5 y 10 segundos? ¿Qué interpretación física tiene este intervalo?
4. ¿Qué partes de la gráfica fueron más fáciles de reproducir? ¿Qué partes de la gráfica fueron las más difíciles de reproducir? ¿Por qué?

Gráficas de velocidad

1. En la gráfica de velocidad en función del tiempo, ¿qué significa una línea horizontal?
2. ¿Cuál es la diferencia entre las partes de la gráfica con pendientes positivas y las partes con pendientes negativas?
3. ¿Cuál es la diferencia entre los lugares donde la pendiente es grande y los lugares donde está cerca de cero?
4. Considerar la gráfica de velocidad 2. ¿Dónde está la aceleración más grande? ¿Cuál es la velocidad en ese punto?
5. ¿Cuáles fueron más difíciles de reproducir, los gráficos de posición o los de velocidad? ¿Por qué?

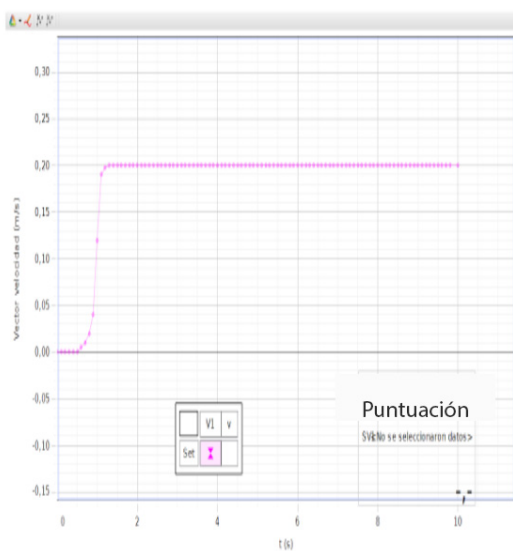


(a) Gráfico de posición 1.

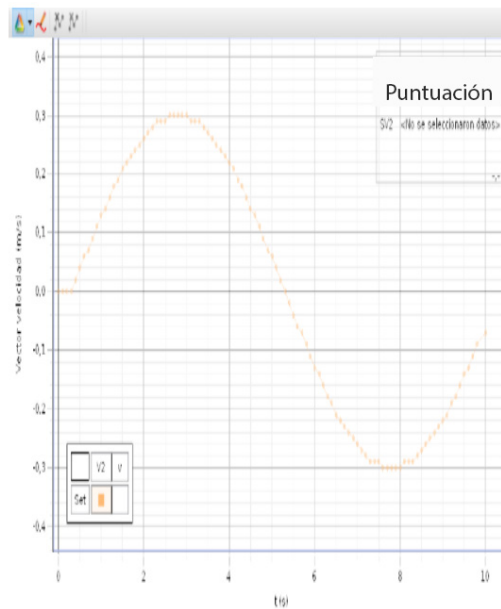


(b) Gráfico de posición 2.

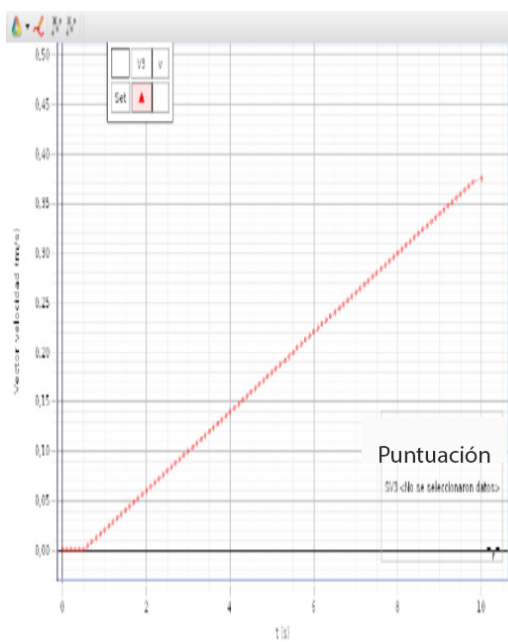
Figura 6.2: Gráficos de posición en función del tiempo que deberán reproducirse con el movimiento corporal.



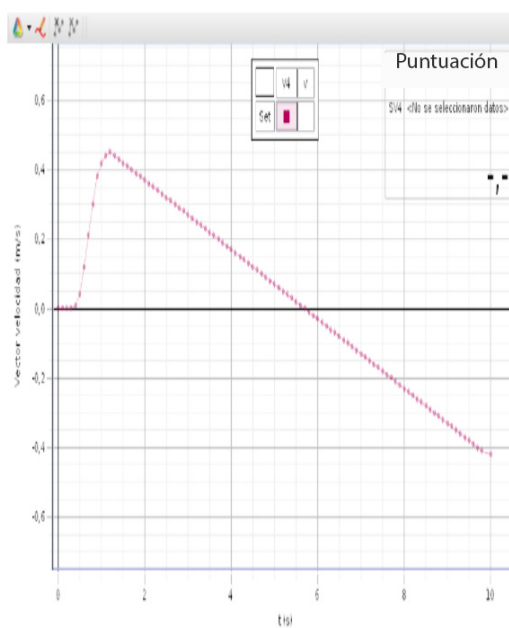
(a) Gráfico de velocidad 1.



(b) Gráfico de velocidad 2.



(c) Gráfico de velocidad 3.



(d) Gráfico de velocidad 4.

Figura 6.3: Gráficos de velocidad en función del tiempo que deberán reproducirse con el movimiento corporal.

A satellite is shown in space, with Earth visible in the background. The satellite has a large dish antenna and various instruments. The Earth is a large blue sphere with some white clouds. The background is black with some stars.

7. Rapidez instantánea y promedio

Introducción¹

Es común hablar indistintamente de rapidez promedio e instantánea, pero científicamente hablando no es correcto. Suponer un auto en una pista inclinada, a medida que los intervalos de tiempo se hacen más pequeños, la rapidez media del carro puede tender a un valor instantáneo. En el límite que el intervalo va a cero, la rapidez media se aproxima al valor de la rapidez instantánea del carro. La rapidez instantánea es la rapidez en un instante preciso (en un momento en particular), mientras que la rapidez media es el promedio de las rapidezces instantáneas de un determinado periodo; si la rapidez instantánea es igual a la rapidez media, esto nos indica que el objeto en movimiento mantuvo su rapidez constante durante todo el periodo. Otro ejemplo: la rapidez instantánea es usada por los agentes de tránsito para verificar que los autos respeten los límites de rapidez, pero de nada les ayudaría un detector de rapidez promedio, y menos en zona peligrosa con límite de rapidez instantánea.

Objetivo

En esta práctica se demostrará la diferencia entre rapidez instantánea y rapidez promedio, así como aprender a calcularlas para diversos carros.

¹Basado en PASCO-Scientific/P05 [18].

Objetivos específicos:

1. Usar sensores y la interfaz de computadora.
2. Analizar gráficamente el movimiento.
3. Distinguir entre rapidez instantánea y rapidez promedio.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Cuál es la semejanza y cuál es la diferencia entre la rapidez instantánea y la rapidez promedio?
2. Considerando el movimiento rectilíneo, ¿los valores de la rapidez instantánea son iguales a la rapidez promedio?
3. Considerando el movimiento uniformemente acelerado, ¿los valores de la rapidez instantánea son iguales a la rapidez promedio?
4. ¿Podrías encontrar la rapidez instantánea y la rapidez promedio utilizando la gráfica 7.1?
5. ¿Podrías encontrar la aceleración?
6. Explica cómo se puede determinar la rapidez de los objetos con un video por computadora. Por ejemplo, ver la referencia de Tracker [39] o Capstone de PASCO-Scientific [12].

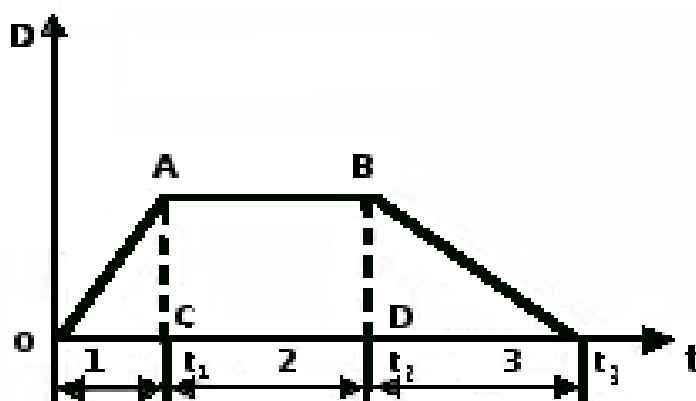


Figura 7.1: Ejemplo de posición vs. tiempo.

Fundamento teórico²

Por un lado, la rapidez promedio se define como el cociente del intervalo de la distancia total recorrida ($\Delta x = x_f - x_i$) entre el tiempo total del desplazamiento ($\Delta t = t_f - t_i$), es decir:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (7.1)$$

Por otra parte, la rapidez instantánea se define casi de la misma manera pero acotando el límite Δt a cero, es decir:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (7.2)$$

A los estudiantes que han llevado la asignatura de “Cálculo diferencial” les debe quedar claro que la definición del límite hace la gran diferencia entre la rapidez v y \bar{v} , dos definiciones que parecen semejantes, pero no lo son. Se hace notar que la última igualdad de la ecuación 7.2 es justo la definición de la derivada de la posición x con respecto al tiempo t .

Las mediciones básicas para la cinemática son el tiempo t , la posición x , el desplazamiento, la rapidez y la aceleración. En el caso de procesos que se mueven con aceleración constante, las ecuaciones del movimiento son polinomios de segundo grado, tal como se verá más adelante.

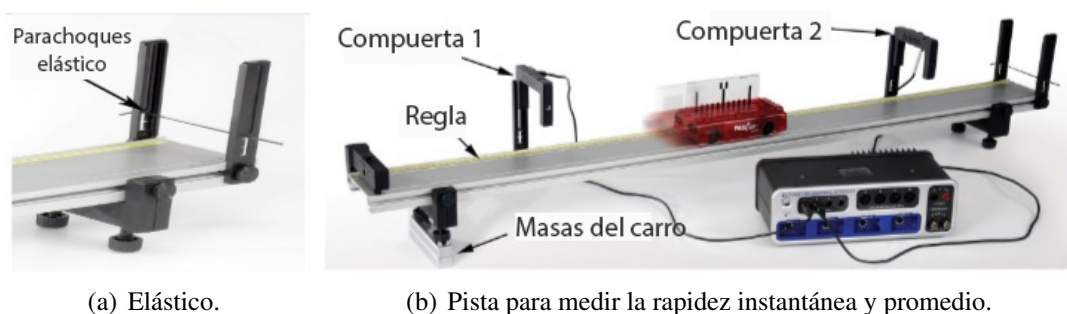
Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sistema dinámico PASCART 1.2 m (2 masas en barra de peso de 250 g)	ME-6955
2	Barra de peso de 250 g	ME-6955
1	Temporizador inteligente Picket-Fence (regla tipo cebra)	ME-8933
1	Parachoques elástico (que incluye 2 soportes para fotoc compuerta)	ME-8998
2	Sensor fotoc compuerta	ME-9498A

Tabla 7.1: Material.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].



(a) Elástico.

(b) Pista para medir la rapidez instantánea y promedio.

Figura 7.2: Montaje del equipo.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Instalar los dos soportes de la fotocpuerta en la pista del lado con la regla, como se muestra en la Figura 7.2. Utilizar las masas de carro para inclinar la pista.
2. Instalar el tope final en la parte superior del plano inclinado y un parachoques elástico (ver Figura 7.2) en la parte inferior.
3. La fotocpuerta en la parte superior del plano inclinado debe ser conectada en el interfaz 850 en la entrada digital 1, y la fotocpuerta de la parte inferior del plano inclinado debe ir conectada en la entrada digital 2 (ver Figura 7.3).
4. Instalar la regla tipo cebra sobre el carro PASCART, la cual servirá como interruptor de la fotocpuerta. Colocar el carro sobre la pista y verificar que el extremo del carro, que tiene velcro, se encuentre en el extremo superior (ver Figura 7.3). Esto asegura que los imanes del carro y los imanes en el tope fijo superior no interactúen.
5. Ajustar la altura de las fotocpuertas de manera que las marcas (o cebras) de la parte superior del carro puedan interrumpir el haz cuando el carro se mueva. Una manera de verificar que fue instalada correctamente es observar que la luz, el led de la fotocpuerta, se prende y apaga con el paso del carro.



(a) Conexiones de las fotocpuertas al 850

(b) Carro

Figura 7.3: Partes del material.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 60 minutos.

Configuración de las foto compuertas (ver video complementario para la configuración). Al estar dentro del software Capstone, hacer clic en el menú *configuración* del temporizador en los modos *rapidez* de la puerta 1 y 2, respectivamente.

Resumen del procedimiento.

1. Mover las foto compuertas a las posiciones de 25 y 95 cm, es decir, a 70 cm de separación entre una y otra. Esta distancia es llamada L .
2. CUIDADO, no permitas que el carro rebote o golpee la foto compuerta.
3. Determinar el tiempo que tarda en recorrer la distancia.
4. Repetir para todas las distancias enumeradas en la Tabla 7.3.
5. Obtener el promedio y el error asociado.
6. En el límite en que la distancia entre las foto compuertas se acerca a cero (esto es, cuando el límite de la separación tiende a cero, de acuerdo a la definición de la derivada), la rapidez media se aproxima al valor de la rapidez instantánea.
7. Utilizar un ajuste de curva para los datos obtenidos.

1. Colocar la foto compuerta superior en la marca de 100 cm, y la foto compuerta inferior en la marca de 20 cm.
2. CUIDADO, no permitas que el carro rebote o golpee la foto compuerta.
3. Hacer clic en *vista previa* para iniciar dicho modo. Los datos no se almacenarán hasta que se guarde la muestra.
4. Mover el carro a la parte superior del plano inclinado, usando el tope final superior, el cual servirá para iniciar en la misma posición al carro. Soltar el carro, permitiendo así que ruede libremente por la pista.

	Velocidad puerta 1 (cm/s)	Velocidad puerta 2 (cm/s)
1		
2		
3		
4		
Media		
Desv. Est		

Tabla 7.2: Tabla para recolectar la velocidad en la puerta 1 y 2.

5. Cuando se seleccione la opción *guardar muestra*, se guardará ese par de puntos de datos en la Figura 7.2.
6. Mover el carro a la parte superior de la pendiente y permitir que vuelva a rodar. Dado que hay error asociado a la medición, se deberán tomar varias ejecuciones. Observar que los valores medios se calculan en la parte inferior de la pantalla (ver Figura 7.3).

Tabla de datos

$L(\text{cm}) \pm \Delta L$	$t(\text{s}) \pm \Delta t$	$v(\text{cm/s}) \pm \Delta v$
70		
60		
50		
40		
30		
20		
10		
-		

Tabla 7.3: Datos de distancia, tiempo y rapidez.

rapidez 1 ($\frac{\text{cm}}{\text{s}}$)	rapidez 2 ($\frac{\text{cm}}{\text{s}}$)	rapidez media ($\frac{\text{cm}}{\text{s}}$)

Tabla 7.4: Datos de rapidez 1, 2 y su promedio.

7. Cuando se obtengan los valores promedio para las rapidezces, detener la grabación y registrar estos dos números en la fila 1 de la Tabla 7.4 en rapidez 1 y rapidez 2.
8. Mover las fotocompuertas a las posiciones de 25 y 95 cm.
9. Repetir los pasos del 2 al 4.
10. Repetir para cada una de las distancias enumeradas en la Tabla 7.3. Observar que la gráfica de la rapidez media contra la distancia se esté formando.
11. Quitar la fotocompuerta inferior y colocar la fotocompuerta superior en la posición de 60 cm. Medir la rapidez del carro varias veces para obtener un promedio. Esta es la rapidez instantánea del carro en el punto medio.

Análisis de datos por mínimos cuadrados

En el apéndice 22 se encuentran las bases del análisis por mínimos cuadrados.

1. ¿Cuál es la pendiente de la gráfica posición vs. tiempo?
2. ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal del ajuste?

Cuestionario³

1. Observar la forma de la gráfica de la rapidez media en función de la distancia. Si se extrapola la curva para una distancia entre fotocpuertas que tienda a cero, ¿qué valor se obtendrá para la rapidez media? y, ¿qué valor tendría la rapidez instantánea?

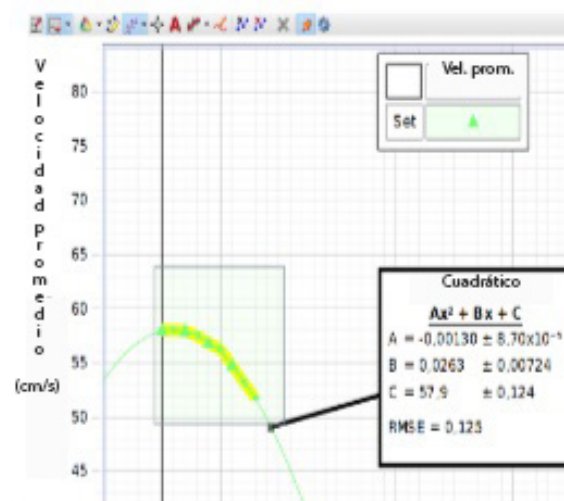


Figura 7.4: Ajuste cuadrático.

2. Utilizar la herramienta *Ajuste de curva* para los datos. Tratar de ajustar una función polinomial. Si se abre el menú *Ajuste del editor de curvas* (en la barra de herramientas del lado izquierdo) se podrá cambiar el número de términos para el polinomio. ¿Cuál es el mejor ajuste?, ¿cuántos términos son los adecuados para el mejor ajuste? y ¿cómo se compara este ajuste con la rapidez media?
3. Comparar el valor de la rapidez media cuando el espaciado tiende a cero (ver pregunta 1) con la rapidez instantánea real del paso 7 (procedimiento), ¿en qué porcentaje difieren?
4. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x está dada en centímetros por $x = 9.75 + 1.50t^3$, donde t está en segundos. Considere el intervalo de tiempo de $t = 2$ a $t = 3$ y calcule (a) la rapidez promedio; (b) la rapidez instantánea en $t = 2$ s, (c) la rapidez instantánea en $t = 3$ s; (d) la rapidez instantánea en $t = 2.5$ s; y (e) la rapidez instantánea cuando la partícula está a medio camino entre sus posiciones en $t = 2$ s y $t = 3$ s.
5. Un estudiante de la ENES viaja en la carretera de Morelia a Uruapan, en la mitad de tiempo a 70 km/h, en el viaje de regreso recorre la mitad de la distancia a 70 km/h y a la otra mitad a 90 km/h. ¿Cuál es la rapidez promedio para los siguientes tres casos?
 - (a) de Morelia a Uruapan, (b) de Uruapan a Morelia y (c) para todo el viaje.

³Basado en Halliday, Resnick y Krane [7].



8. Velocidad y aceleración

Introducción¹

Un astronauta está sentado en un cohete que está listo para ir al espacio. Cuando el cohete acelera hacia adelante y comienza a aumentar su rapidez, entonces el astronauta sentirá que su cuerpo es empujado hacia atrás, es decir, hacia su asiento. Después de unos minutos, el cohete alcanza una velocidad constante, por lo que no hay aceleración y entonces el astronauta no tendrá ninguna sensación; pero si repentinamente el cohete activa los propulsores de frenado, entonces el astronauta sentirá que es empujado hacia el frente. En el ejemplo anterior se hace notar que la aceleración y la velocidad no son lo mismo.

En esta práctica se analiza la relación de la velocidad y la aceleración (en las siguientes prácticas se analizarán las causas del movimiento) utilizando un sensor de movimiento para medir el movimiento de un carro motorizado y un carro con ventilador. Los gráficos de posición y velocidad se analizan para velocidad constante y aceleración constante. La salida de la interfaz 850 se utiliza para controlar la velocidad del carro motorizado.

Objetivo

El estudiante describirá y calculará la aceleración de un carro motorizado a diferentes rapidezces, ya sea constante o variable.

¹Basado en PASCO-Scientific/P07 [19].

Objetivos específicos:

1. Medir el cambio de rapidez.
2. Medir la aceleración.
3. Definir y medir las variables independientes/dependientes así como cuantificar su error asociado a la medición.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Por qué la aceleración es un vector?
2. ¿Por qué es fácil confundir la velocidad con la aceleración?
3. Ejemplifica un caso en el que la aceleración tiene una sola componente y otro caso en donde podría tener dos componentes.
4. ¿En qué caso podría ser equivalente la aceleración con la atracción gravitatoria?
5. Suponer que se hace un hoyo en la Tierra que va de extremo a extremo y se deja caer un bola de masa m ¿qué le pasará al objeto durante el trayecto? Describe su trayectoria, fuerza y aceleración, omitiendo la resistencia del aire.
6. ¿Un objeto con aceleración constante puede invertir la dirección en la que se mueve? ¿Puede invertirla dos veces?

Fundamento teórico²

La aceleración es la segunda derivada de posición con respecto al tiempo o de manera equivalente, la aceleración es la primera derivada de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} (m/s^2) = \frac{d^2x}{dt^2} (m/s^2) \quad (8.1)$$

Por otro lado, si conocemos la aceleración, entonces la rapidez de una partícula puede ser determinada a partir de integrar la ecuación 8.1.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sistema dinámico PASCART de 1.2 metros	ME-6955
1	Carro motorizado	ME-9781
1	Carro con ventilador	ME-6977
1	Parachosques elástico	ME-8998
1	Sensor de movimiento	PS-2103A

Tabla 8.1: Material.

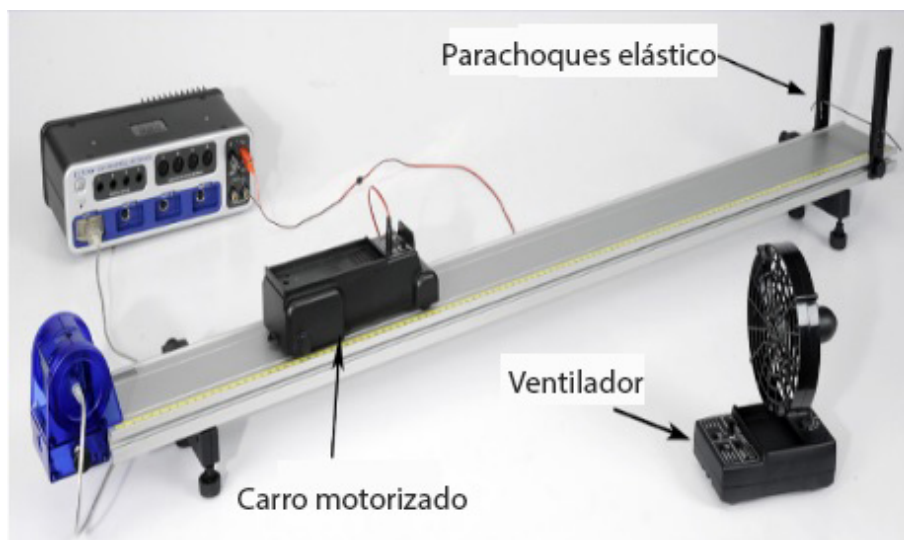


Figura 8.1: Instalación del equipo.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

1. Armar el riel, con sus respectivas bases y el parachosques elástico, de manera que quede horizontal, ver Figura 8.1. Tener en cuenta que el sensor de movimiento está en el extremo de la pista, que es el punto cero de la regla amarilla. Conectar el sensor de movimiento al 850 y verificar que el interruptor de rango esté en el icono con la figura del carro.
2. Conectar el cable de alimentación del carro motorizado en la salida 850 número 1, y verificar que el interruptor en el carro esté apagado. El carro del ventilador no se utilizará hasta más adelante en el experimento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Colocar la parte trasera del carro motorizado en la marca de 20 cm. Regresar el carro a esta posición para comenzar una nueva ejecución en cada adquisición de datos.
2. Confirmar que la salida 1 del Interfaz 850 está ajustada en DC con un voltaje de 2 voltios. Encender y apagar la salida para que todo funcione bien.

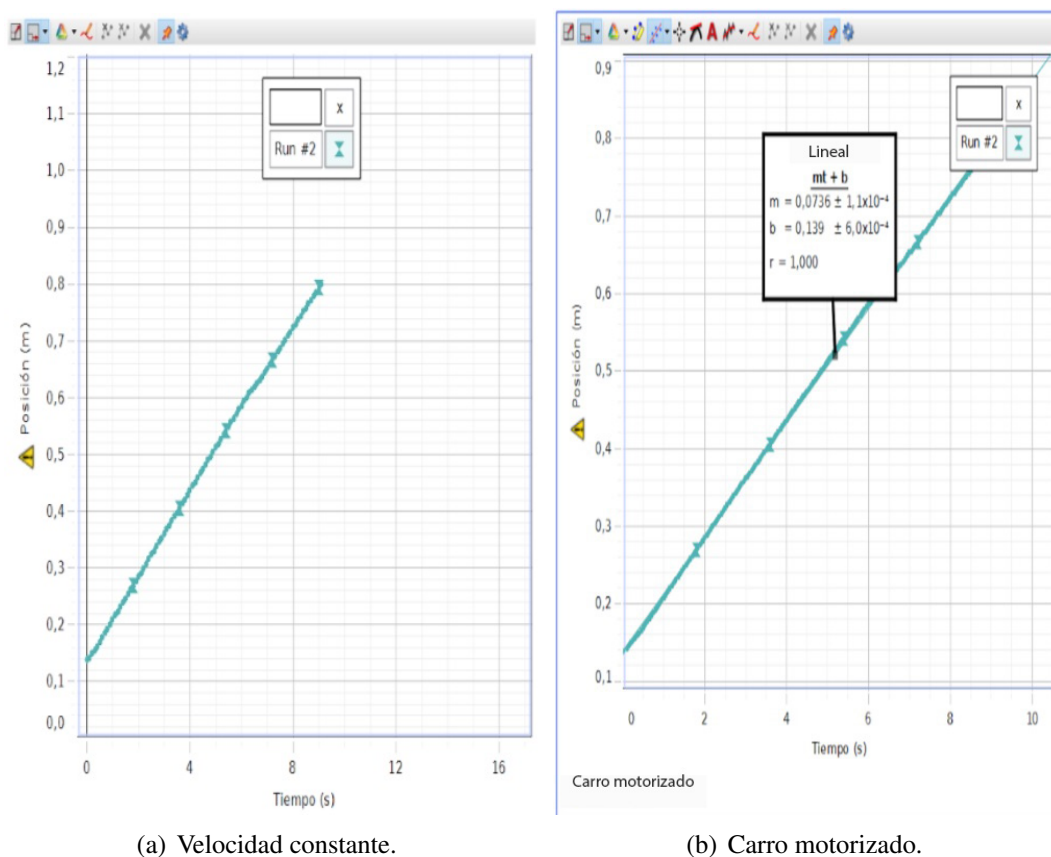


Figura 8.2: Gráficos de velocidad.

3. Iniciar la grabación de datos. Encender y apagar la salida para obtener buenos datos de posición. Nota: se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en el panel de control en la parte inferior.
4. Cuando todo esté funcionando adecuadamente, hacer clic en *auto* en el control de salida. Esto hará que la salida se active automáticamente cuando se inicie la grabación. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero también hay una condición de parada incorporada que detendrá el carro antes de que llegue al parachoques.

- Obtener la ejecución de posición en función del tiempo, luego abrir la ventana *resumen de datos* y etiquetar esta ejecución como: “Carro motorizado”.

Calculando la velocidad

Si $x(t)$ es una función que describe la posición de un objeto como una función del tiempo, entonces la rapidez del objeto está dada por:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} (m/s) \quad (8.2)$$

Si se grafica la primera derivada de la posición con respecto al tiempo, la pendiente que se obtenga será la aceleración.

- Para el gráfico de posición del carro motorizado, ¿cómo varía la pendiente durante la carrera?
- Seleccionar un ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico.
- ¿Cuál es la interpretación física de la pendiente? ¿Tiene unidades?
- ¿Qué tipo de ecuación describe la gráfica? ¿Se mantiene constante?
- ¿Cuál es el significado físico de la ordenada al origen? ¿Tiene unidades?

Carro con ventilador

Instalación del equipo

Tiempo de armado: 2 minutos.

- Colocar el carro del ventilador en la pista como se muestra en la Figura 8.3. El ventilador puede girar sobre su base, la parte frontal debe estar apuntando hacia el sensor de movimiento, con el indicador de ángulo puesto a cero grados.



Figura 8.3: Ajuste del carro con ventilador.

2. Ajustar el nivel de la pista para que el carro se desplace ligeramente hacia abajo para compensar la fricción. Colocar el carro ligeramente hacia la derecha (lejos del sensor de movimiento). Si se acelera, significa que la pista está demasiado empujada.
3. Encender el carro del ventilador (ver Figura 8.3a) presionando el botón de encendido. El carro del ventilador está ahora en modo de espera, y la velocidad del ventilador debe ajustarse a baja. Presionar nuevamente el botón de encendido para iniciar y detener el ventilador.
4. Presionar el botón de velocidad del ventilador (ver Figura 8.3c) para cambiar la velocidad al ajuste medio. Presionar de nuevo el botón de encendido para iniciar y detener el ventilador.

Procedimiento

Tiempo estimado de procedimiento: 15 min.

1. Colocar la parte posterior del carro del ventilador en la marca de 15 cm.
2. Verificar que la velocidad del ventilador esté en el ajuste medio. Presionar el botón de encendido para encender el ventilador, mantener el carro en la marca de 15 cm.
3. Iniciar la grabación de datos y, a continuación, soltar el carro. No habrá datos trazados en el gráfico hasta que el carro haya alcanzado la marca de 20 cm debido a la condición de inicio.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en la parte inferior de la barra de ajustes. Una vez que se logre una buena ejecución de datos de posición en función del tiempo, cambiar el nombre de esta ejecución como: carro con ventilador.
5. Para el gráfico de posición del carro del ventilador, ¿cómo varía la pendiente durante la carrera?, ¿es esta velocidad constante?
6. Hacer clic en el gráfico de posición para activar el gráfico y, a continuación, seleccionar la herramienta *Inclinación* en la barra de herramientas del gráfico.
7. Mover la herramienta de pendiente a 0.2 segundos en el gráfico.
8. ¿Cuál es la pendiente en este punto (incluyendo unidades)?
9. ¿Cómo se compara la rapidez en la gráfica de velocidad en el mismo tiempo?
10. Repetir durante 0.4 s. y 0.6 s.

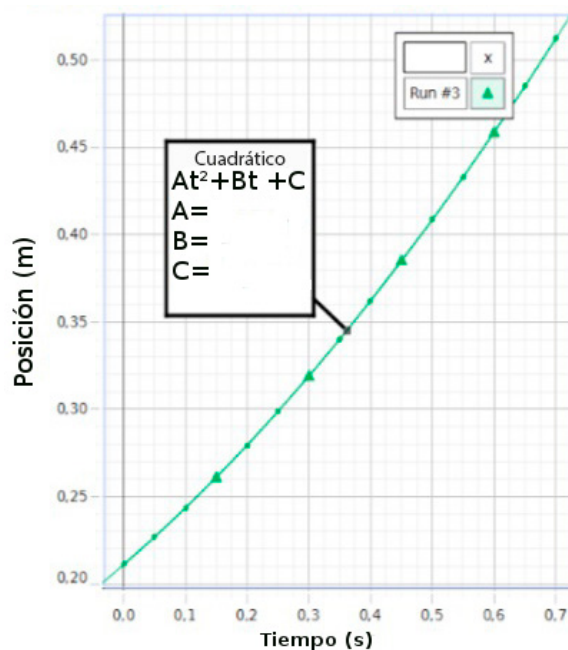
Aceleración constante

Si $v(t)$ es una función que describe la velocidad de un objeto como una función del tiempo, entonces la aceleración del objeto está dada por la derivada de la función de velocidad:

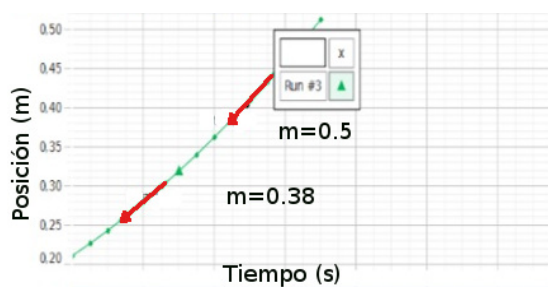
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \quad (8.3)$$

Gráficamente, la aceleración es la pendiente del gráfico de velocidad versus tiempo.

1. Observar que el gráfico de la derecha es un gráfico de velocidad en función del tiempo. Para la gráfica obtenida de velocidad del carro del ventilador, ¿cómo varía la pendiente durante la carrera?



(a) Ajuste a los datos con una función cuadrática; la pendiente aumenta con el tiempo.



(b) La pendiente en cada región corresponde a la velocidad instantánea, la cual no es constante.

Figura 8.4: Gráficos posición contra tiempo.

2. Seleccionar un ajuste lineal en la parte superior de la barra de herramientas del gráfico.
3. ¿Cuál es el significado físico de la pendiente? ¿Tiene unidades?
4. ¿Qué tan lineales son los datos obtenidos? ¿Fue esta aceleración en verdad constante?
5. ¿Cuál es el significado físico de la intersección (y) en la gráfica? ¿Tiene unidades?

Aceleración no constante: Carro del ventilador con pulso corto

1. Presionar el botón *duración del pulso* tal como se muestra en la Figura 8.3d. Con el LED 1s encendido, el ventilador funcionará durante 1 segundo y luego se apagará. Cuando se presiona el botón de encendido, hay un retraso de 2 segundos antes de que el ventilador se encienda.
2. Presionar el botón de encendido e iniciar inmediatamente la grabación de datos. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero también hay una opción automática que detendrá la grabación antes de que el carro llegue al parachoques.

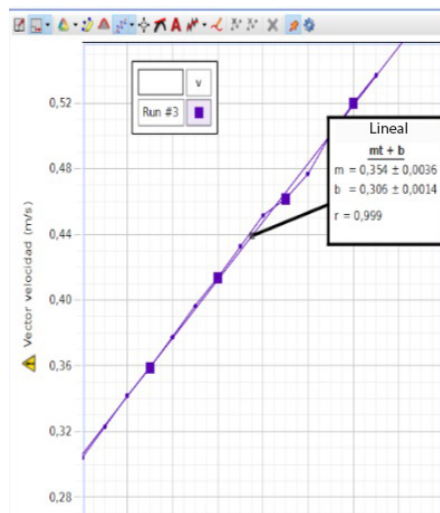


Figura 8.5: Ajuste a los datos del vector velocidad y la posición.

3. Obtener una buena ejecución de velocidad en función del tiempo, abrir la ventana *resumen de datos* y etiquetar esta ejecución como: “pulso para el ventilador”.
4. Etiquetar los puntos en el gráfico donde la aceleración del carro es cero.
5. Etiquetar los puntos en el gráfico donde la aceleración del carro es constante, pero no cero.
6. ¿Cómo coinciden estos puntos con el ventilador?
7. Utilizar la herramienta *área* en la barra de herramientas del gráfico para calcular el área bajo el gráfico de velocidad en función del tiempo. ¿Cuál es el significado físico de la zona?, ¿cuáles son las unidades?
8. A partir de la forma del gráfico de velocidad en función del tiempo, predecir la forma del gráfico de posición en función del tiempo.
9. ¿Se predijo correctamente la forma del gráfico de posición en función del tiempo?
10. ¿Se pueden identificar los puntos en el gráfico donde el ventilador se enciende y apaga?
11. Utilizar la herramienta de coordenadas (de la barra central de herramientas del gráfico) para medir el último punto de datos de posición. ¿Cómo corresponde ese punto al área que se tomó en el punto 7?
12. Cuando se ha seleccionado la herramienta *coordenadas*, se puede hacer clic con el botón derecho en el cursor (en el gráfico) para activar la herramienta delta (Δ). Utilizando la herramienta Δ , medir el desplazamiento total del carro. ¿Cómo corresponde este valor con el área obtenida en el punto 7?

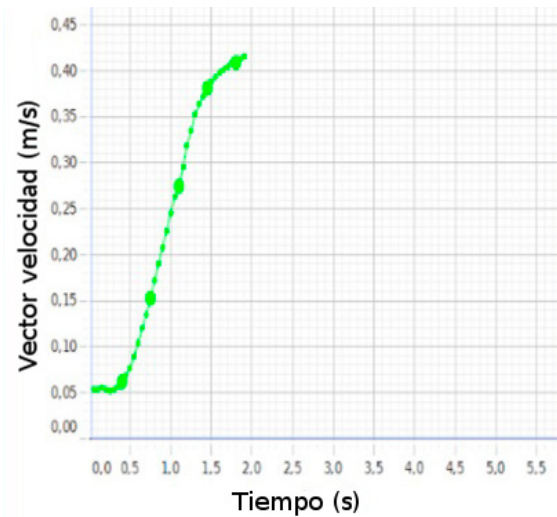
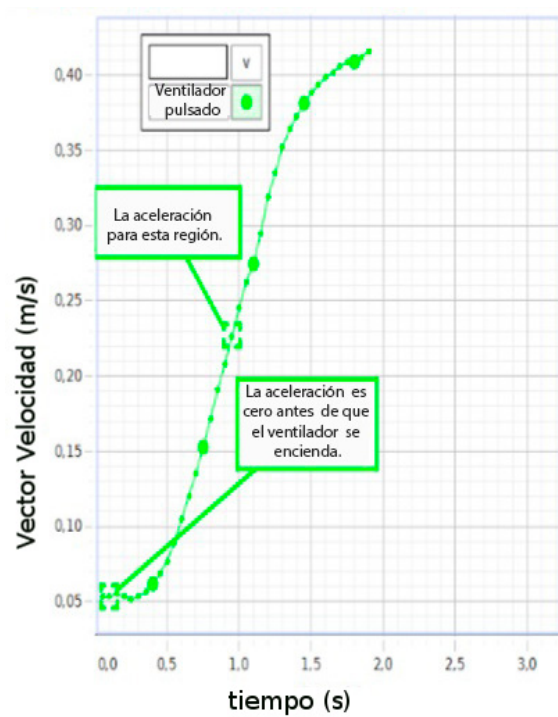


Figura 8.6: Carro con ventilador con pulso corto.

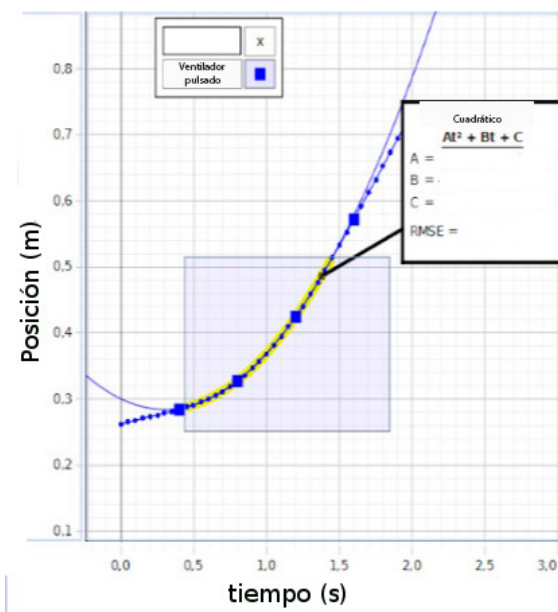
Cuestionario³

1. Existen algunas situaciones en donde no conocemos la posición, pero sí la aceleración. ¿Cómo podemos obtener la posición y la rapidez a partir de la función de la aceleración?
2. Un motociclista que viaja al este (hacia la derecha), cruza una pequeña ciudad y viaja con aceleración constante de 4.0 m/s^2 después de pasar los límites de la ciudad. En el tiempo $t = 0 \text{ s}$, está a 5.0 m a la derecha del límite de la ciudad, y se desplaza al este a 15 m/s . a) Calcular la posición y velocidad en $t = 2 \text{ s}$. b) ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 m/s ?

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].



(a) Encendido del ventilador.



(b) Carro con ventilador con pulso corto.

Figura 8.7: Gráficos para describir el movimiento del carro.



9. Aceleración constante

Introducción¹

Cuando queremos hacer una representación matemática del movimiento de un satélite, la ecuación de movimiento nos ayuda a determinar la posición a cierto tiempo del satélite en función de las condiciones iniciales y de las variables tales como masa, velocidad, aceleración y otras variables que pueden afectar el movimiento. La ecuación de movimiento acelerado más sencilla de resolver es cuando el objeto se mueve en línea recta con aceleración constante.

Una aplicación en las ciencias espaciales es cuando un cohete que se dirige hacia el espacio exterior parte del reposo con aceleración constante. Por otro lado, la gravimetría es otro ejemplo del estudio en torno a la variación de la aceleración gravitatoria en diferentes lugares del planeta.

Objetivo

El estudiante analizará la ecuación de movimiento de un carro acelerado constantemente por la gravedad en un plano inclinado. Utilizando el sensor de movimiento, se analizan los gráficos de la posición y la velocidad, y se hacen comparaciones con las ecuaciones estándares del movimiento usando ajustes de curva definidos por el estudiante.

¹Basado en PASCO-Scientific/P08 [20].

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes y el error asociado.
2. Encontrar la ecuación de movimiento de un carro que se va acelerando.
3. Hacer el diagrama de cuerpo libre.
4. Hacer el mejor ajuste a los datos recolectados.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Qué características del planeta Tierra determinan el valor de la aceleración gravitatoria g que determina la fuerza (peso) que sufre un cuerpo masivo en proximidad con la superficie terrestre?
2. ¿En qué casos podemos considerar constante la aceleración g de la Tierra?
3. ¿Por qué en el plano inclinado la aceleración g se considera constante?
4. ¿Qué representa el área bajo la curva cuando se grafica la aceleración del cuerpo en movimiento contra el tiempo?

Fundamento teórico²

En esta práctica usaremos el concepto del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado para referirnos al movimiento de un objeto (carro) sobre una línea recta (riel) con una aceleración constante (a) o una fuerza constante. La consecuencia de este tipo de movimiento es que al integrar la aceleración para obtener la velocidad, $v(t)$ encontramos que varía linealmente con el tiempo. Al volver a integrar encontramos que la posición, $d(t)$, varía de manera cuadrática con respecto al tiempo, esto es:

$$v(t) = at + v_o \quad (9.1)$$

$$d(t) = \frac{at^2}{2} + v_ot + d_o \quad (9.2)$$

Donde v_o y d_o son constantes de integración que serán conocidas de acuerdo a las condiciones iniciales.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sistema dinámico PASCART de 1.2 metros	ME-6955
1	Sensor de movimiento	PS-2103A

Tabla 9.1: Material.



Figura 9.1: Carro en plano inclinado.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Armar el riel con sus respectivas bases y parachoques elásticos, tal como se muestra en la Figura 9.1. Tener en cuenta que el sensor de movimiento está en el extremo de la pista que es el punto cero de la regla amarilla.
2. Conectar el sensor de movimiento en la interfaz 850 y verificar que el interruptor esté en el icono *carro*.
3. Verificar que el émbolo del carro PASCART (el cual dará el impulso inicial) se encuentre dirigido hacia el carro motorizado. Este émbolo se activa al apretar el botón que está en el extremo del PASCART.
4. Utilizar las dos masas del carro para inclinar la pista.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Colocar la parte trasera del carro (más cercana al sensor de movimiento) en la marca de 16 cm como se muestra en la Figura 9.2. Esta es la posición inicial del carro.
2. Iniciar la grabación y, a continuación, soltar el carro. La recolección de datos no comenzará hasta que el carro llegue a una posición de 18 cm, debido a una condición de inicio. Esto dará mejores datos y resultados.
3. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero hay una condición de parada automática que detiene la grabación cuando el carro alcanza los 80 cm.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en la barra de herramientas del gráfico.



Figura 9.2: Posición de inicio.

5. Obtener la mejor gráfica al hacer la grabación de datos de posición en función del tiempo.
6. Seleccionar un ajuste de curva definido por el usuario en la barra de herramientas del gráfico.
7. Si los parámetros de ajuste de curva no aparecen en la ventana del editor (a la izquierda), seleccionar la herramienta de ajuste de curva (en el gráfico) para activarla.
8. El ajuste de la curva se verá actualmente:

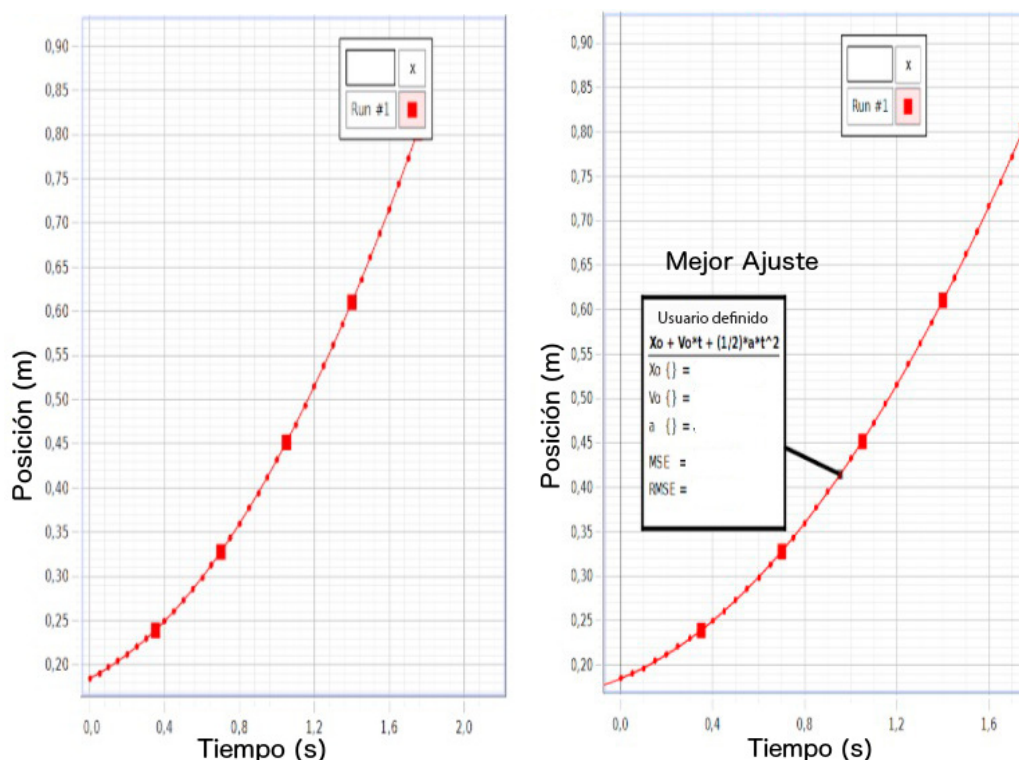
$$y = at + b \quad (9.3)$$

Se puede editar en el editor de curvas a la izquierda y cambiarlo a:

$$X_o + V_o t + \frac{1}{2}at^2 \quad (9.4)$$

9. Hacer clic en *aplicar*.
10. Registrar en la bitácora la posición inicial, X_o , la velocidad inicial, V_o , y la aceleración a , por ejemplo:

$X_o = 0.19m$ $V_o = 0.11 \frac{m}{s}$ $a = 0.28 \frac{m}{s^2}$



(a) Gráfico de velocidad (d vs. t).

(b) Acercamiento del gráfico, con el mejor ajuste cuadrático a los datos.

Figura 9.3: Gráficos para el carro en un plano inclinado.

11. Seleccionar un ajuste de curva definido por el usuario en la barra de herramientas del gráfico.
12. Si los parámetros de ajuste de curva no aparecen en la ventana del editor (a la izquierda), dar clic en ajuste de curva (en el gráfico) para activarla.
13. El ajuste de curva se verá actualmente como: $y = at + b$. Se puede editar en *editor de curvas*, a la izquierda, y cambiarlo a $V_o + at$
14. Hacer clic en *aplicar*.
15. Anotar en la bitácora la velocidad inicial, V_o , y la aceleración, a , por ejemplo:

$$V_o = 0.11 \frac{m}{s}$$

$$a = 0.28 \frac{m}{s^2}$$

Tomar en cuenta que los parámetros de ajuste de curva de las dos páginas anteriores se han reproducido anteriormente.

16. ¿Cuál es la posición inicial, X_o ? Recordar que la condición de inicio (cuando se registran los datos) fue cuando el carro llegó a 18 cm. ¿Cómo se compara?
17. ¿Cómo el valor para V_o del gráfico de posición se compara con el valor de V_o del gráfico de velocidad?
18. ¿Cómo el valor para a del gráfico de posición se compara con el valor de a del gráfico de velocidad?

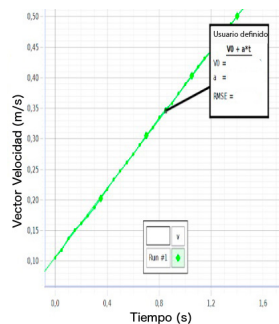


Figura 9.4: Gráfica del mejor ajuste del vector velocidad vs. tiempo.

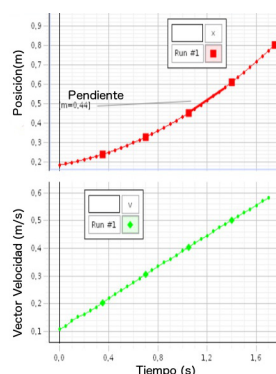


Figura 9.5: Mejor ajuste de la posición y velocidad vs. tiempo.

19. Hacer clic en el gráfico de posición para activar el gráfico y, a continuación, seleccionar la herramienta *inclinación* en la barra de herramientas del gráfico.
20. Mover la herramienta *inclinación* a 0.4 segundos. ¿Cuál es la pendiente en este punto (incluyendo unidades)? ¿Cómo se compara esto con la velocidad en la gráfica de velocidad para este mismo tiempo?
21. Repetir durante 0.8 s y 1.2 s. ¿Qué fue lo que ocurrió durante estos tiempos?

Cuestionario

1. ¿La relación entre la posición del carro y el tiempo es cuadrática?, ¿cómo cambia esta relación cuando se modifica la inclinación de la pista?
2. Considera que conduces un automóvil a una cierta velocidad, el cual se encuentra por llegar a un semáforo. ¿Cuántos metros antes deberás de frenar para no pisar el cruce peatonal? Hacer el planteamiento, hipótesis y ecuaciones que consideres necesarias para describir este problema.
3. Un avión aterriza en la cubierta de un portaaviones a 600 km/h y se detiene por completo a 90 metros. Encontrar la aceleración promedio y el tiempo necesario para detenerlo, suponiendo que la aceleración del avión es constante, igual a la aceleración promedio.



10. Aceleración en un plano inclinado

Introducción¹

Imaginemos un libro puesto sobre una mesa. Si se aplica una fuerza sobre el libro, inicialmente en reposo, este se desplazará ya que se cambió su estado de movimiento (momento lineal). Dado que su masa no ha cambiado, entonces su velocidad tuvo que cambiar y, por tanto, hay presente una aceleración diferente de cero.

En la actualidad, la mayoría de los teléfonos ya cuentan con la tecnología para medir posición y aceleración. Comprender el concepto de aceleración y su interpretación ayuda a analizar casos tales como los grandes aceleradores de partículas o las eyecciones de flujos piroclásticos en las erupciones de volcanes, por mencionar algunos ejemplos.

Para continuar la experimentación con la aceleración, en este experimento analizamos el caso en donde se aplica la segunda ley de Newton ($F = dP/dt$) para describir el movimiento de un objeto con dos sensores diferentes (acelerómetro y el sensor de posición) sobre el cual la fuerza neta es diferente de cero debido a que se desplaza en un plano inclinado.

Objetivo

El propósito de esta práctica es que los estudiantes encuentren las relaciones fenomenológicas entre posición, velocidad y aceleración de un carro a medida que se mueve hacia arriba y hacia abajo de la pista inclinada (ver Figura 10.1).

¹Basado en PASCO-Scientific/P11 [21].

Objetivos específicos:

1. Plantear la ecuación de movimiento.
2. Plantear el diagrama de cuerpo libre.
3. Definir y medir las variables independientes/dependientes así como cuantificar su error asociado a la medición.
4. Medir la aceleración del carro a partir de un gráfico de velocidad.
5. Comparar la aceleración medida directamente desde el sensor de aceleración (acelerómetro) en el carro.
6. Medir la aceleración por medio del sensor, así como de la derivación de la curva de la rapidez.
7. Comparar las aceleraciones medidas contra los cálculos teóricos de la ecuación de movimiento.
8. Calcular el valor de la aceleración de la gravedad g .

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Explica cuáles son las ventajas/desventajas de estudiar la caída de los objetos en un plano inclinado con respecto a estudio de los objetos en caída libre.
2. Explica por qué la aceleración de un objeto que cae libremente no depende del peso del objeto. Para el caso del plano inclinado, ¿la aceleración depende del peso?

Fundamento teórico²

La segunda ley de la dinámica de Newton ($F = dP/dt$) describe cuantitativamente la relación entre la variación del momento lineal, velocidad por masa, de un sistema físico en movimiento y las fuerzas responsables de esta dinámica. En este experimento exploramos diversas maneras de calcular la aceleración (variación de la velocidad), considerando que la masa es constante:

1. Por un lado, es posible calcular la aceleración a de un cuerpo utilizando la segunda ley de la dinámica newtoniana, que, para un cuerpo de masa m constante, se expresa en términos de la famosa ecuación $F = m * a$, siendo F la resultante de las fuerzas

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

que actúan sobre el cuerpo. Esta se mide con un dinamómetro (despreciando las fuerzas de fricción) aplicado a un carro de prueba (dotado de masa) en movimiento a lo largo de la pista (movimiento unidimensional). Para la aceleración se obtiene la expresión:

$$a = \frac{F}{m} \quad (10.1)$$

2. Otra manera de calcular la aceleración es por medio del cálculo de la pendiente de la gráfica rapidez (m/s) contra tiempo (s), tal como ha visto en prácticas anteriores.
3. Por otro lado, los acelerómetros electrónicos calculan la aceleración por medio de un transductor que mida la variación de voltaje de un material pizoeléctrico que es comprimido (ver los trabajos de Hindrichsen y col. [8]).

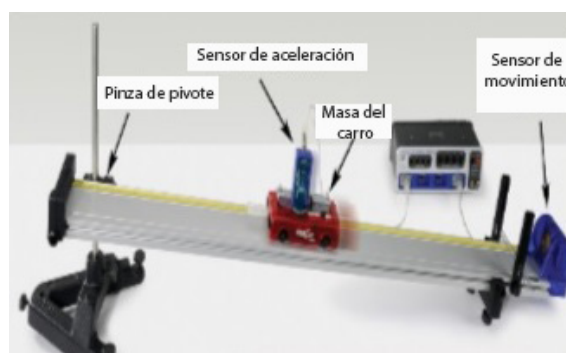


Figura 10.1: Material a usar en la práctica.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sistema dinámico PASCART de 1.2 metros	ME-6955
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Sensor de aceleración	PS-2118
1	Base para barra	ME-8735
1	Barra de 45 cm	ME-8736
1	Parachoques elástico	ME-6955

Tabla 10.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

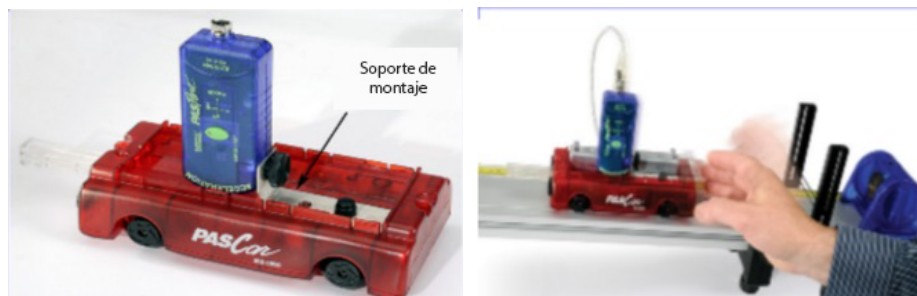
Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Utilizar la abrazadera con la base de la varilla y la varilla de 45 cm para inclinar la pista como se muestra en la Figura 10.1. La altura del extremo elevado de la pista debe ser de unos 20 cm.
2. Instalar el parachoques elástico (ver Figura 10.2) en el extremo inferior de la pista con el sensor. Utilizar al menos dos piezas de cordón elástico, como se muestra.



Figura 10.2: Sensor de movimiento y parachoques elástico.

3. Conectar el sensor de movimiento al puerto P4 de la interfaz 850 (ver Figura 10.3 inciso a) Verificar que el interruptor de rango en el sensor de movimiento esté configurado en el icono *carro*.
4. Conectar el sensor de aceleración al carro utilizando el soporte de montaje como se muestra en la Figura 10.3 inciso b) Conectar el sensor en el puerto P1 de la interfaz 850. El LED del sensor debe estar apagado. Colocar el carro en la inclinación como se muestra en la Figura 10.1, incluyendo la masa adicional del carro.



(a) Conexión del sensor de movimiento y el carro. (b) Conexión del sensor de aceleración y el carro.

Figura 10.3: Configuración del carro rojo PASCART

5. Abrir la ventana *resumen de datos* y seleccionar el icono *engranaje* para el sensor de aceleración. Dar clic en el menú *Zero Sensor Now*. Si se modifica la inclinación de la pista, se debe volver a poner en cero el sensor.
6. Iniciar la grabación de datos y mover el carro hacia arriba y hacia abajo por la pista. Verificar que se están obteniendo datos claros de posición del sensor de movimiento.
7. Si los datos de aceleración no son cero cuando el carro está en reposo, se deberá ajustar el punto 5.

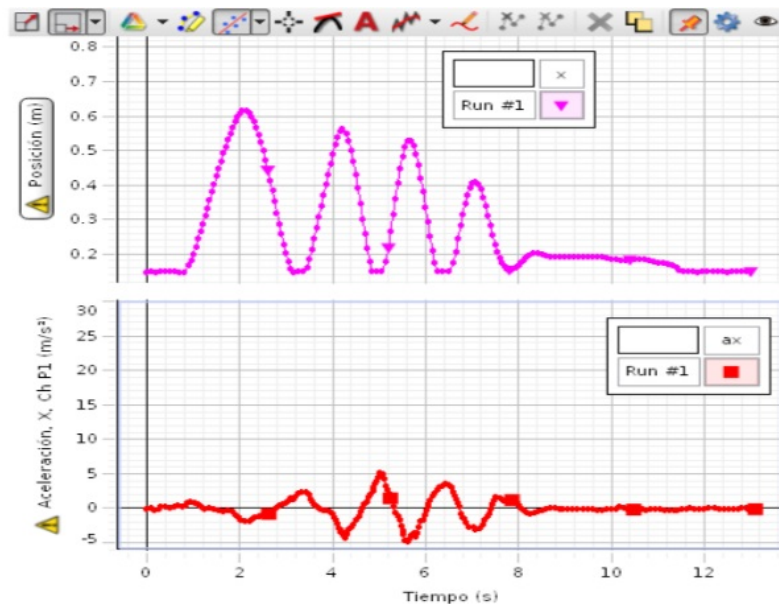


Figura 10.4: Datos del sensor de movimiento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 min.

1. Con el carro colocado en la parte inferior de la pendiente, comenzar a grabar. La recolección de datos no comenzará hasta que el carro esté a más de 30 cm del sensor, debido a una condición de arranque inicial. Esto dará mejores datos.
2. Soltar el carro por la pendiente como se muestra en la Figura 10.3b). ¡Se debe sacar rápidamente la mano del camino! Tratar de colocar el carro en la parte superior, pero no golpear el parachoques. Permitir que vuelva a bajar. Tratar de mantener el cable fuera del camino.
3. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero hay una condición de parada automática que detiene la grabación cuando el carro vuelve a bajar y alcanza la marca de 30 cm. Es una buena idea tratar de atrapar el carro y no solo confiar en el parachoques, pero no se debe detener durante la grabación.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución*, la cuál se encuentra señalada con un triángulo de colores en la parte inferior de

la barra de control de experimentos. Obtener al menos 10 grabaciones de datos, con el objetivo de que la distribución de la muestra sea muy parecida a una distribución normal. Grabar la posición en función del tiempo, ver Figura 10.5 y 10.6.

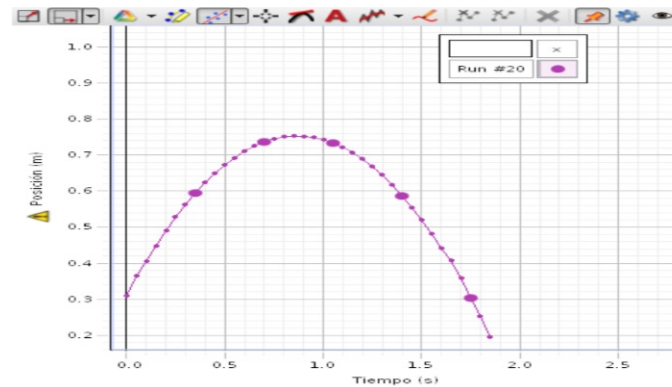


Figura 10.5: Gráfico de posición en función del tiempo.

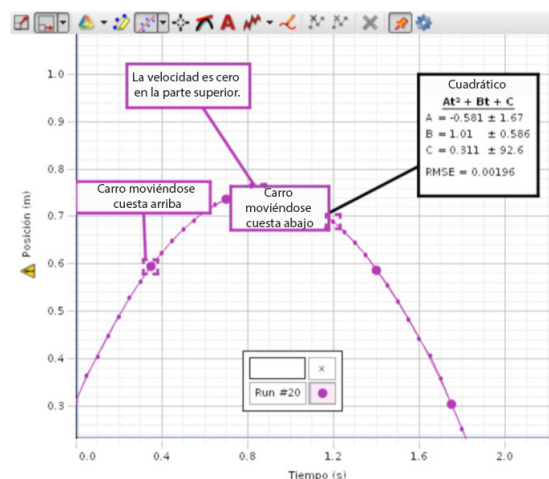


Figura 10.6: Datos de posición del sensor de movimiento.

Cuestionario

1. El gráfico de la Figura 10.7 muestra los datos de aceleración para la ejecución que se acaba de realizar. ¿Cómo se ve? Probar la función de suavizado en la barra de herramientas del gráfico.
2. ¿La aceleración es positiva o negativa? ¿Cuál es el significado del signo?
3. ¿Cuál es la aceleración aproximada del carro? Intentar utilizar la herramienta de coordenadas en la barra de herramientas del gráfico. ¿Hay alguna diferencia entre cuando el carro se movía hacia arriba por la pendiente y cuando estaba bajando?

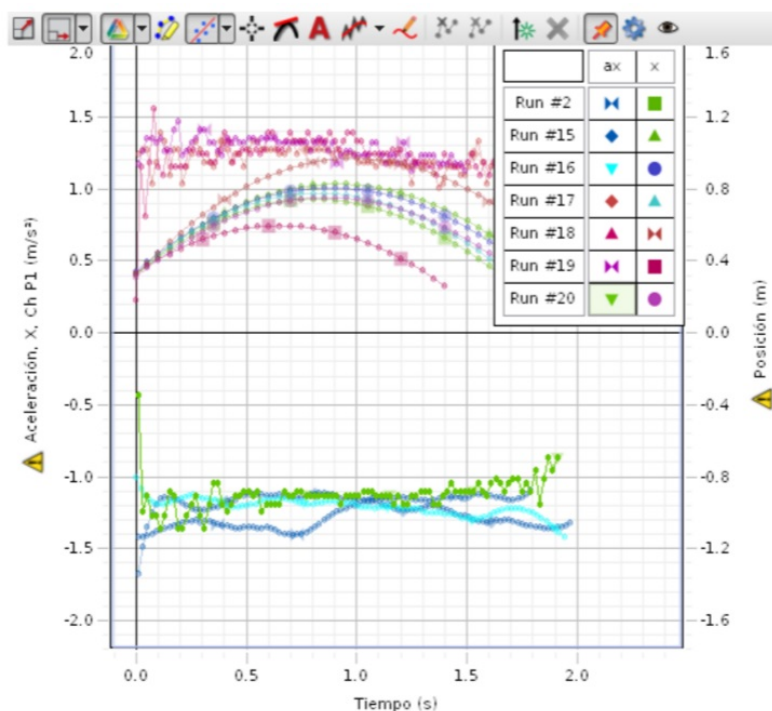


Figura 10.7: El carro cuesta arriba y cuesta abajo.

4. Observar el gráfico de posición de la página anterior y anotar la hora en que el carro estaba en la parte superior de la pendiente. ¿Cuál es la aceleración del carro en la parte superior de la pendiente, cuando su velocidad era cero?
5. La Figura 10.8 muestra los datos de velocidad para la ejecución que se obtuvo. Seleccionar un ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico para encontrar la aceleración.
6. ¿Cómo se compara esto con el valor que se encontró antes?
7. Utilizar la herramienta *selección* de la barra de herramientas del gráfico para resaltar una pequeña sección de los datos. A continuación, se puede desplazar esta selección para encontrar la pendiente en diferentes puntos. ¿Hay alguna diferencia entre cuando el carro se movía hacia arriba por la pendiente y cuando estaba bajando?
8. Observar una vez más los datos de posición de la ejecución. Usando la herramienta de anotación, etiquetar la parte del gráfico donde el carro se estaba moviendo hacia arriba. ¿Cuál es el signo de la velocidad?
9. Etiquetar la parte de la gráfica en la que el carro se desplazaba cuesta abajo. ¿Cuál es el signo de la velocidad?
10. Marcar en el gráfico en qué punto la velocidad es cero.
11. ¿Cuál es la aceleración en este punto? ¿Dónde la aceleración se vuelve cero?
12. Un bloque de hielo con masa de 2.00 kg se desliza 0.750 m hacia abajo por un plano inclinado a un ángulo de 36.98 bajo la horizontal. Si el bloque parte del reposo, ¿cuál será su rapidez final? Puede despreciarse la fricción.
13. ¿Cuál de los objetos caerá más rápido por un plano inclinado (sin rodar), un cilindro sólido o una esfera sólida? ¿Por qué? ¿Qué sucedería si los objetos rodaran?

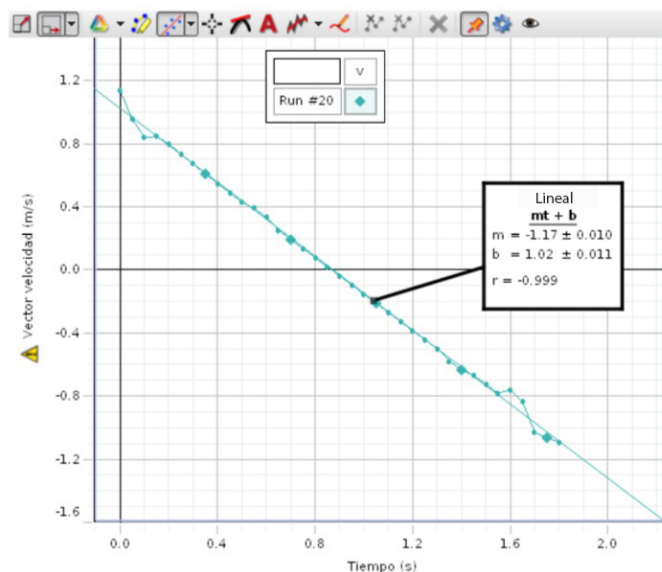


Figura 10.8: Datos de la velocidad inferida por el sensor de movimiento, así como su mejor ajuste.

14. Saliendo de la escuela, un auto cargado de estudiantes se quedó sin gasolina (el peso total es P) y van hacia abajo rumbo a la gasolinera. Supón que el ángulo de la pendiente es constante (α) y que las llantas están bien infladas de tal manera que la fricción es despreciable. ¿Qué aceleración tiene el auto? ¿Cuál es el diagrama de cuerpo libre?
15. Sean dos carros puestos en contacto sobre un plano inclinado de tal manera que la parte anterior de uno toque la parte posterior del otro. Calcular, en función del ángulo de inclinación del plano y del tiempo, cómo cambia la distancia entre los carros.



11. Movimiento de un proyectil

Introducción¹

El movimiento de un proyectil está determinado por las condiciones iniciales del lanzamiento (ángulo y velocidad inicial), así como de la atracción gravitatoria y la resistencia del aire. Al tomar en cuenta estos factores es posible determinar la trayectoria del proyectil (movimiento parabólico). El movimiento del objeto se puede describir en 2D, movimiento vertical y horizontal. Este movimiento lo podemos ver usualmente en el fútbol, cuando se realizan pases a largas distancias, el balón sube y baja describiendo una parábola. Aún más, para los geocientíficos el movimiento de un proyectil es un tema interesante porque, por ejemplo, permite reproducir la erupción de un volcán a partir de la investigación del piroclasto expulsado y la distancia al volcán.

Objetivo

Analizar el movimiento de un proyectil por medio de una fotoc compuerta para medir el tiempo de vuelo y la velocidad de lanzamiento inicial del proyectil, así como encontrar el intervalo máximo en función del ángulo.

Existe otra alternativa para analizar el movimiento parabólico por medio del análisis de videos, esto es por medio del software Capstone o Tracker (ver PASCO-Scientific [12] y Tracker [39]).

¹Basado en PASCO-Scientific/P12 [22].

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Determinar la rapidez inicial del proyectil.
3. Determinar la altura máxima.
4. Con una variedad de ángulos, determinar experimentalmente el ángulo predicho por la teoría para obtener el máximo alcance horizontal.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Como ejemplo del lanzamiento del cohete *Falcon Heavy* de la compañía *Space X*: a) haz su diagrama de cuerpo libre del cohete después de 50 segundos y después de su despegue; b) ¿cuáles son las fuerzas que actúan sobre el cohete?; c) ¿cuáles son las componentes de la aceleración del cohete?
2. ¿A qué se debe la aceleración del *Falcon Heavy* en la dirección horizontal?
3. ¿Por qué el movimiento de un proyectil se puede descomponer en un movimiento horizontal con velocidad constante y en un movimiento vertical con aceleración constante?
4. Justificar por qué matemáticamente la noción física de fuerza se representa en términos de un vector.
5. ¿Puede la composición de dos movimientos rectilíneos uniformes resultar en un estado de reposo?
6. Escribe cinco actividades para las cuales sea útil conocer acerca del tiro parabólico.

Fundamento teórico²

En los capítulos anteriores se ha considerado el movimiento en una dirección (por ejemplo, a lo largo de una pista rectilínea). En este capítulo nos interesamos en un movimiento que se desarrolla en el espacio. Se trata del movimiento de caída libre de un objeto dotado de una velocidad inicial no puramente vertical. Estos tipos de movimientos se estudian por medio de una descomposición de las características dinámicas a lo largo de las tres direcciones espaciales. En particular, para un proyectil disparado con una velocidad que

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

forma un ángulo con respecto a la dirección vertical, su movimiento es la resultante de un movimiento rectilíneo uniforme en la dirección horizontal (en la idealización de que la resistencia del aire sea despreciable) con un movimiento uniformemente acelerado en la dirección vertical.

La composición resulta en una trayectoria parabólica seguida por el objeto. Las propiedades de esta trayectoria están determinadas por las condiciones iniciales (dirección y módulo de la velocidad inicial) del objeto, así como de la atracción gravitatoria y de la resistencia del aire.

Se describe la dinámica de un proyectil fijando un sistema de referencia cartesiano en donde el eje x corresponde a la dirección horizontal y el eje y a la dirección vertical con el signo positivo hacia arriba. El proyectil se lanza desde un punto del eje y correspondiente a una altura y_0 . La velocidad inicial \vec{v}_0 está caracterizada por su magnitud física v_0 y su dirección es determinada por el ángulo θ . Descomponemos la velocidad inicial en términos de sus componentes horizontal y vertical:

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad (11.1)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta \quad (11.2)$$

La posición del proyectil en función del tiempo está determinada por las ecuaciones siguientes:

$$x(t) = v_{0x}t + x_0 \quad (11.3)$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \quad (11.4)$$

es decir, la dinámica del proyectil resulta de la composición de un movimiento horizontal uniforme (velocidad constante) y un movimiento vertical uniformemente acelerado con aceleración igual a $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ a nivel del mar.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Mini lanzador	ME-6824A
2	Fotocompuertas	ME-9498A
1	Soporte de fotocompuertas	ME-6821A
1	Temporizador de vuelo	ME-6810
1	Abrazadera de mesa	ME-9472
1	Base para barra	ME-8735
1	Barra de 90 cm	ME-8738
1	Barra de 45 cm	ME-8736
1	Cojín acolchado (antirebote)	SE-7347
1	Plomo	SE-8728
1	Metro	SE-8695
1	Cinta métrica	SE-8712A
1	Plastilina o papel carbón	-
	Hojas de papel blanco	-
	Cinta masking	-

Tabla 11.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

Sección 1. En esta sección, el proyectil se lanza desde la altura de la mesa (ver Figura 11.1). Se necesitarán de 1.5 a 2 m de longitud de mesa.



Figura 11.1: Lanzamiento del proyectil desde la altura de la mesa.

1. El lanzador está montado en el soporte en la posición inferior (ver Figura 11.2 a). Deslizar el lanzador hasta el fondo para que gire alrededor de la posición de lanzamiento de la pelota.

2. Sujetar el lanzador a la mesa utilizando la abrazadera de mesa. Es más fácil ajustar el ángulo del lanzador si se retira la perilla como se muestra en la Figura 11.2.
3. Utilizar el cojín (almohadilla sin rebote) con la base de la varilla y la varilla de 45 cm (ver la Figura 11.2b) como respaldo para ayudar a atrapar la pelota.
4. Es muy importante ajustar el ángulo de lanzamiento (ver Figura 11.3) con mucho cuidado porque se debe poder leer (ajustar) el ángulo a 0.5 grados (ver Figura 11.4).

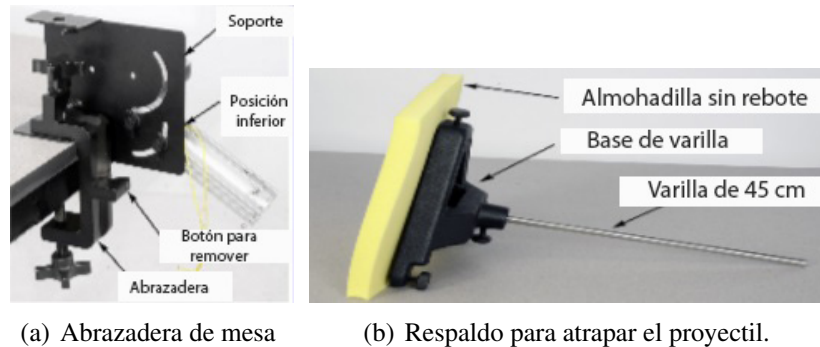


Figura 11.2: Partes del material.



Figura 11.3: Ajuste del ángulo de lanzamiento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 60 minutos.

Resumen del procedimiento.

1. Colocar el lanzador de proyectiles a 20 grados con respecto a la horizontal.
2. Efectuar un lanzamiento para estimar dónde ha caído el proyectil y enseguida colocar en ese sitio el accesorio para medir el tiempo de vuelo.
3. Efectuar un segundo lanzamiento y registrar la distancia alcanzada, la velocidad inicial y el tiempo de vuelo.
4. Repetir otras 2 veces para disminuir el margen de error.
5. Repetir los pasos 2, 3 y 4 aumentando la inclinación 10° con respecto a la horizontal hasta llegar a los 80° , obteniendo un total de 7 mediciones.

1. Confirmar que el lanzador está montado en el soporte en la posición inferior (ver Figura 11.4) para que la pelota se lance desde la altura de la mesa.
2. Para que los resultados sean más consistentes al lanzar la pelota, siempre se debe tirar del cordón amarillo (conectado al gatillo) con un pulso rápido y corto, no tirar lentamente. Verificar que todo el mundo está en su posición antes de disparar.

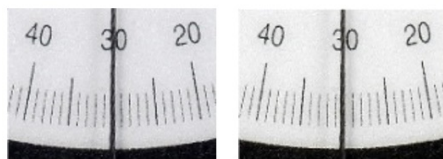


Figura 11.4: Figura izquierda: la cuerda centrada en la marca de 30° . Figura derecha: la cuerda está entre 31° y 30° , por lo que la medida será $30^\circ \pm 0.5^\circ$.

3. Ajustar el ángulo a 20° . Colocar la pelota en el pistón y hacer presión con la barra de plástico hasta escuchar un solo clic, el cual significa que estará en la configuración de corto alcance.
4. Lanzar el proyectil y anotar el lugar de aterrizaje. Colocar una hoja de papel en blanco en esta ubicación y pegarla en la posición como se muestra en la Figura 11.6. Cubrir con la plastilina o con una hoja de papel carbón.
5. Lanzar de nuevo el proyectil y confirmar que el punto de contacto está marcado. Lanzar la pelota varias veces más.
6. Utilizar el metro (ver Figura 11.5) para medir los intervalos. Esta distancia debe medirse desde el centro de la posición de lanzamiento de la pelota como se muestra en la Figura 11.5. Medir cada punto de aterrizaje por separado (ver Figura 11.7) y luego calcular el intervalo promedio.
7. Repetir el procedimiento y determinar la distancia para ángulos de 30° , 40° , 50° , 60° , 70° y 80° y reportar los datos en la bitácora tal como se muestra en la Tabla 11.2.

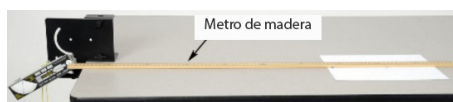
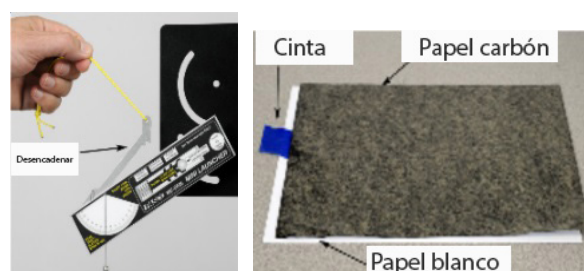


Figura 11.5: Medición de la distancia horizontal que ha recorrido el proyectil.

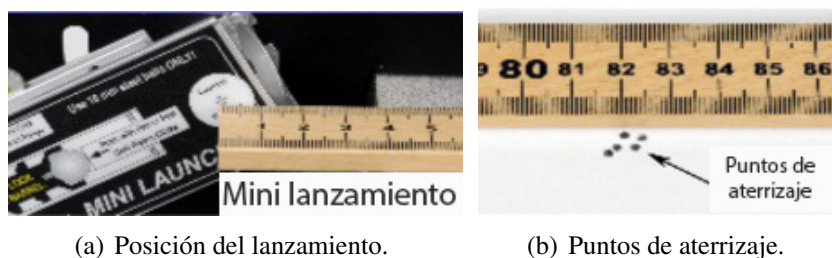


(a) Lanzamiento del proyectil.

(b) Área de aterrizaje.

Figura 11.6: Partes del material.

8. Al graficar la distancia máxima (alcance, variable dependiente) contra ángulo (variable independiente), seleccionar un ajuste tipo Seno (ver la Figura 11.8) en la barra de herramientas del gráfico con la herramienta *Ajuste* de Capstone. Si se tienen problemas con ese ajuste, un ajuste polinomial también debería funcionar.



(a) Posición del lanzamiento.

(b) Puntos de aterrizaje.

Figura 11.7: Mediciones.

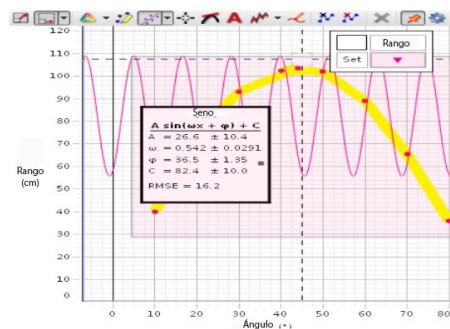


Figura 11.8: Distancia en función del ángulo de salida del proyectil.

9. En teoría, el intervalo máximo debe ocurrir a 45° . ¿Los datos confirman esto? Hacer clic y arrastrar el eje para expandir la escala y acercarse al pico del ajuste de la curva. Localizar el ángulo para la distancia máxima.
10. ¿El ángulo es menor o mayor de 45° ? ¿Qué podría explicar esto?
11. ¿Qué intervalo máximo predice el gráfico para el lanzador? Establecer el lanzador en ese ángulo (desde el gráfico) y confirmar que el lanzador dispara esa distancia.

Sección 2. Instalación del equipo

En esta sección, el proyectil se lanza horizontalmente desde una altura sobre la mesa, como se muestra en la Figura 11.9.

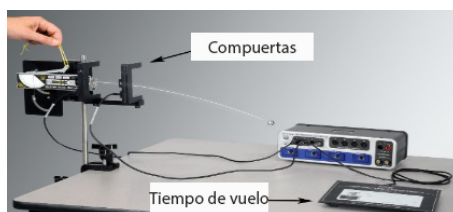


Figura 11.9: Midiendo tiempo de vuelo para un lanzamiento horizontal.

1. Fijar el lanzador horizontalmente (ver la Figura 11.10) en el soporte utilizando los dos agujeros de los tornillos, pero no de los arcos de corte.
2. Deslizar el lanzador hacia adelante de modo que salga más allá del borde del soporte como se muestra en la Figura 11.10. Esto hace que el lanzador sea más fácil de usar al combinarlo con los sensores de las fotocompuertas.

	ángulo (°)	Distancia $\pm\Delta D$ (cm)	Tiempo $\pm\Delta t$ (s)	$V_o \pm \Delta v$ (cm/s)	Altura $h \pm \Delta h$ (cm)
1	10				
2	20				
3	30				
4	40				
5	43				
6	47				
7	50				
8	60				
9	70				
10	80				

Tabla 11.2: Datos para los diversos ángulos del tiro parabólico.



(a) Soporte del lanzador.

(b) Lanzamiento horizontal.

Figura 11.10: Partes y montaje del equipo.

- Utilizar la abrazadera de mesa y la varilla de 90 cm para soportar el lanzador.
- Verificar que el ángulo de lanzamiento sea exactamente de cero grados con respecto a la dirección horizontal y luego asegurar firmemente todos los tornillos.
- Utilizar el cojín con la base de la varilla y la varilla de 45 cm (véase la Figura 11.2) como respaldo para ayudar a atrapar la pelota.
- Colocar el proyectil en el pistón y presionar el émbolo completamente (tres clics) hasta el ajuste de largo alcance.
- Lanzar la pelota y anotar el lugar de aterrizaje. Si el alcance de la pelota es demasiado largo, disminuir la altura del lanzador.
- Medir la distancia que recorre la pelota, desde la parte inferior de la pelota hasta la parte superior del temporizador de vuelo (ver Figura 11.9).
- Conectar la almohadilla del temporizador de vuelo en la entrada digital 4 de la interfase 850 y colocarla en la posición de aterrizaje del proyectil.

10. Conectar las fotocompuertas al soporte y deslizar el soporte en la ranura en T en la parte inferior del lanzador, como se muestra en la Figura 11.9. Colocar las fotocompuertas lo más cerca posible del lanzador. Conectar la primera fotocompuerta en la entrada digital 1 y la segunda fotocompuerta en la entrada 2 (Figura 11.9).

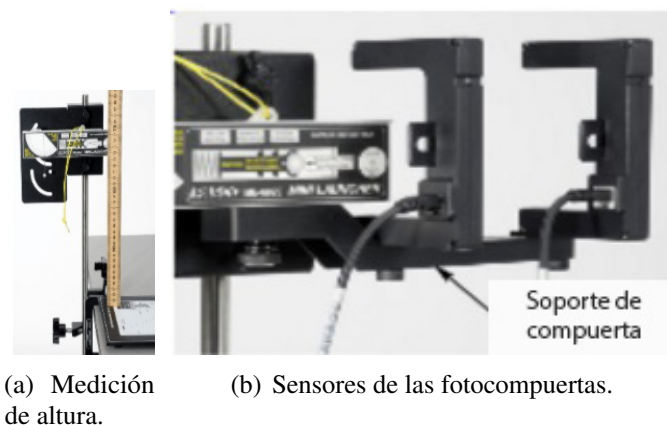


Figura 11.11: Partes del material.

Procedimiento

1. Presionar el émbolo de largo alcance, luego comenzar a grabar. Lanzar el proyectil. Se debe mostrar la velocidad y el tiempo de vuelo.
2. Detener la grabación y registrar los valores en la tabla. Repetir el proceso para otras dos ejecuciones en el ajuste de largo alcance.
3. Repetir para el conjunto de lanzadores para el intervalo de medio y corto alcance. Registrar tres buenas ejecuciones para cada posición del lanzador.
4. ¿El tiempo de vuelo de corto alcance es menor, mayor o igual que el del vuelo de mediano y largo alcance?
5. Calcular el tiempo medio de vuelo para todas las ejecuciones combinadas. Se puede utilizar la función de estadística en la barra de herramientas del gráfico para calcular este valor.
6. Usando este tiempo promedio, calcular la altura h desde la que el proyectil cae a partir de la Fórmula 11.4

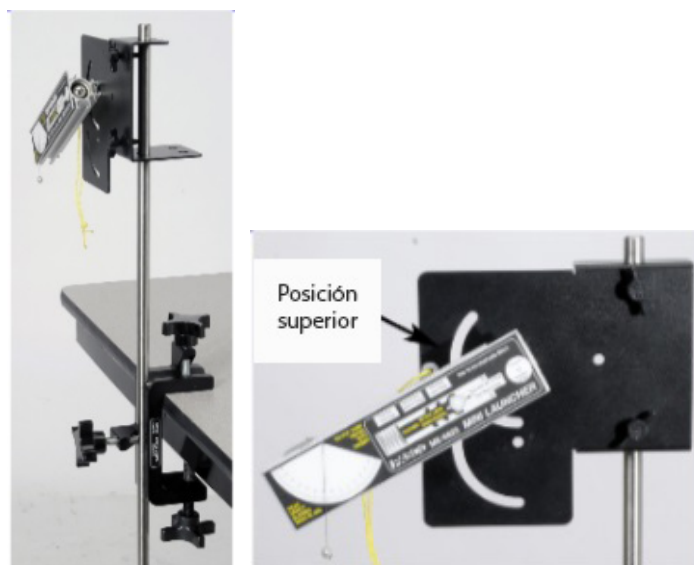
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (11.5)$$

7. Comparar con el valor de h que se obtuvo en el punto anterior, utilizando el cálculo del porcentaje de error.

Sección 3. Instalación del equipo.

1. Montar el lanzador en el soporte en la posición superior (ver Figura 11.12). Deslizar el lanzador hasta el extremo para que pivote alrededor de la posición de lanzamiento del proyectil.

2. Fijar el lanzador a la mesa utilizando la abrazadera de mesa y la varilla de 90 cm, como se muestra en la Figura 11.12. Esta configuración permite lanzar la pelota hacia el suelo.
3. No se necesitarán las fotoc puertas si se midieron las velocidades de lanzamiento en la sección anterior. Se puede utilizar la almohadilla con la base de la varilla y la varilla de 45 cm (ver Figura 11.2) como tope para ayudar a atrapar el proyectil.
4. Ajustar el ángulo entre 20° y 60° , pero no a 45° .
5. Medir la altura inicial desde la parte inferior de la posición de lanzamiento del proyectil hasta el suelo.
6. Usando un plumón, marcar la posición de lanzamiento en un trozo de cinta en el piso debajo del lanzador.



(a) Lanzador en el suelo.

(b) Posición superior.

Figura 11.12: Posicionamiento del material.

Procedimiento

1. Decidir qué intervalo (corto, medio o largo) se usará.
2. Utilizar los tres valores que se han medido para ese intervalo y calcular la velocidad de lanzamiento promedio.
3. Para el ángulo dado, utilizar las ecuaciones para calcular la velocidad inicial.
4. Utilizar la quinta ecuación para determinar el tiempo de vuelo. Utilizar la cuarta ecuación para obtener el intervalo predicho.
5. Medir desde la posición de lanzamiento marcada en el piso, y pegar hacia abajo un trozo de papel centrado en el intervalo predicho. Se tratará de golpear este papel. Colocar una línea en el papel mostrando la ubicación prevista.
6. El cálculo se basó en la velocidad media de lanzamiento. Utilizando el valor más alto o más bajo, volver a realizar los cálculos. ¿Por cuánto cambia el intervalo predicho?

Utilizar esta información para marcar un máximo y un mínimo estimados en el objetivo establecido.

7. Cubrir dicho objetivo con una hoja de papel carbón. Colocar el proyectil en el pistón y presionar el émbolo hasta la posición apropiada.
8. Verificar que todos están listos para lanzar el proyectil y anotar el lugar de aterrizaje.
9. Si el proyectil no golpea el papel, se deberá averiguar dónde se cometió el error y se volverá a intentar; lanzar un total de cinco pelotas. ¿Cuántas golpean dentro de la predicción?
10. Medir la distancia a la que se encuentran las cinco marcas, y calcular el promedio. Comparar esto con el cálculo predicho con un porcentaje de error.
11. Repetir para un ángulo negativo entre -20° y -40° .

Ángulo positivo

$$Y_o = 0.91 \text{ m}$$

$$\text{ángulo} = 20^\circ$$

$$\text{Alcance predicho} = 2.30 \text{ m}$$

$$\text{Intervalo de medición} = 2.29 \text{ m}$$

$$\text{Porcentaje de error} = 0.4$$

El error en la determinación teórica es aproximadamente del 4%, con 3% de error de la medición del ángulo y otro 1% de error en la altura de lanzamiento. El resultado fue muy cercano al intervalo predicho, dado que los efectos de la resistencia del aire fueron despreciados en el cálculo.

Ángulo negativo

$$Y_o = 0.87 \text{ m}$$

$$\text{ángulo} = -20^\circ$$

$$\text{Alcance predicho} = 1.22 \text{ m}$$

$$\text{Intervalo medido} = 1.19 \text{ m}$$

$$\text{Porcentaje de error} = 2.5$$

Para comparar con los valores obtenidos, el error en la determinación teórica es aproximadamente del 4%, donde 3% de error es debido a la medición del ángulo y el otro 1% del error es debido a la altura de lanzamiento; por lo tanto, el intervalo medido está dentro del intervalo estimado.

Cuestionario³

1. ¿Cuáles son los factores adicionales que se deben considerar para enviar un misil de largo alcance?
2. ¿Cuáles son los factores adicionales que se deben considerar para enviar una misión al espacio?

³Basado en Halliday, Resnick y Krane [7] y Sears, Zemansky y Young [34].

3. En un partido de fútbol, un futbolista golpea a una pelota la velocidad de 10 m/s con un ángulo de 37 grados con respecto a la horizontal. Si se encuentra en ese instante a 8 m de distancia del arco contrario, ¿hay posibilidades de gol? La altura del arco es de 2.5 m ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$).
4. Un proyectil se dispara horizontalmente desde un cañón ubicado a 45 m sobre un plano horizontal con una velocidad en la boca del cañón de 250 m/s. a) ¿Cuánto tiempo permanece el proyectil en el aire?; b) ¿A qué distancia horizontal golpea el suelo?; c) ¿Cuál es la magnitud del componente vertical de su velocidad al golpear el suelo?
5. Una pequeña canica rueda horizontalmente con una rapidez V_0 y cae desde la parte superior de una plataforma de 2.75 m de alto sin que sufra resistencia del aire. A nivel del piso, a 2.00 m de la base de la plataforma, hay una cavidad (ver Figura 11.13a). ¿En qué intervalo de rapidez V_0 la canica caerá dentro de la cavidad?
6. Una pelota de nieve rueda del techo de un granero con una inclinación hacia debajo de 40 grados (ver Figura 11.13b), el borde del techo está a 14 m del suelo y la pelota tiene una rapidez de 7 m/s al salir del techo. a) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la pelota el piso?; b) Dibuja los gráficos $x - t$ y $y - t$ para la pelota mientras está en el aire; c) Un hombre de 1.90 m de estatura está parado a 4 m del granero, ¿lo golpeará la pelota de nieve?

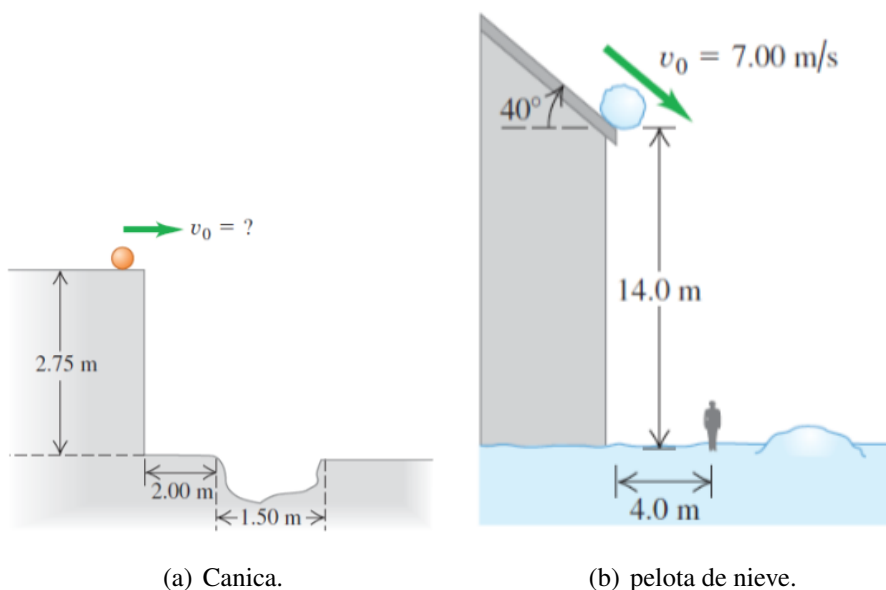


Figura 11.13: Ejercicios del cuestionario.

7. **Pregunta reto:** asumiendo la rotación de la Tierra y que además el cañón apunta con un ángulo de 90° (despreciando la fricción del aire); a) ¿El balón caerá en la misma posición en la que fue lanzado?; b) Calcular a qué altura deberá subir el balón suponiendo que el movimiento de rotación de la Tierra haya sido 1° .
8. **Actividad reto:** hacer un video donde al dejar caer un objeto estimen el valor de la constante g usando el programa *Tracker* (buscar el tutorial en YouTube).



12. Segunda ley de Newton

Introducción¹

Las leyes de Newton son los fundamentos de la mecánica clásica por relacionar las causas (fuerzas) y los efectos (aceleración) con una bella simplicidad. En el libro *Principia*, Newton establece algunos de los principios más importantes para el estudio de la física, a saber, la inercia, la dinámica, la acción-reacción y la atracción debida a la gravedad. En especial, la segunda ley de Newton es utilizada para explicar, con muy buena precisión, la dinámica de una gran diversidad de objetos, que van desde las partículas, autos, bicicletas, aviones, hasta el movimiento de los planetas o las galaxias, siempre y cuando se hagan las simplificaciones adecuadas para considerarlos como objetos puntuales.

Objetivo

Determinar la aceleración resultante del carro con ventilador bajo dos condiciones: fuerza variable (manteniendo constante la masa) y masa variable (manteniendo la fuerza constante). El sensor de movimiento se utiliza para determinar la aceleración, y el sensor de fuerza se utiliza para medir la fuerza proporcionada por el carro del ventilador.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.

¹Basado en PASCO-Scientific/P15 [23].

2. Determinar la aceleración cuando hay una fuerza variable.
3. Determinar la aceleración cuando hay una masa variable.
4. Mediciones de aceleración y fuerza.
5. Relacionar las mediciones experimentales con las leyes de Newton.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Cuál es la relación que tiene la fuerza con respecto a la aceleración?
2. Al empujar una caja hacia arriba de una rampa, ¿se requiere menos fuerza si se empuja horizontalmente que si se empuja en forma paralela a la rampa? ¿Por qué?
3. Una mujer en un elevador suelta su portafolio, pero este no cae al piso. ¿Cómo se está moviendo el elevador? ¿Cuál es la aceleración del portafolio?
4. Cuando vas dentro de un vehículo, ¿qué te sucede cuando este frena abruptamente? ¿Por qué?
5. Identifica las fuerzas en cada sistema (ver la Figura 12.1).

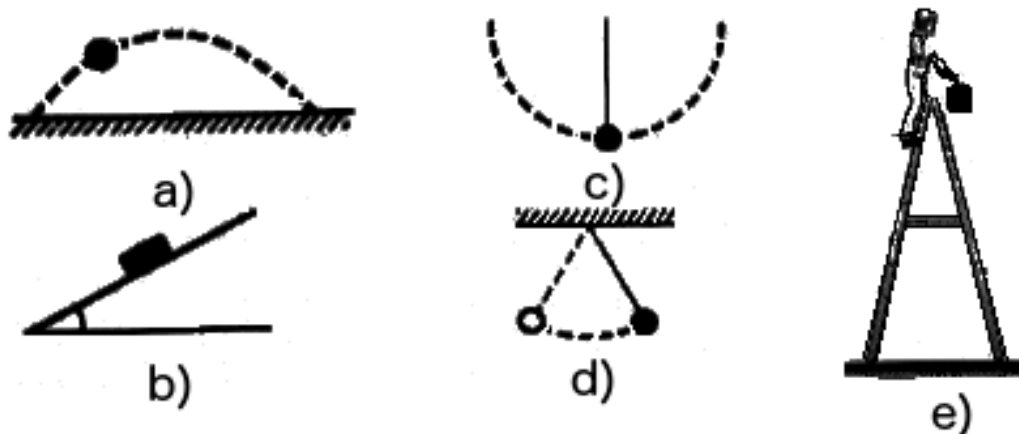


Figura 12.1: Identificar las fuerzas para estos cinco casos.

Fundamento teórico²

La fuerza es un concepto fundamental en la mecánica clásica de Newton; es una variable vectorial (tiene magnitud y dirección) que cuantifica la alteración del estado de movimiento o de reposo de un cuerpo. La definición general de la fuerza es: la suma del cambio del momento con respecto al tiempo (ecuación 12.1), sin embargo, en muchos libros de texto se presenta el caso especial: la fuerza es el producto de la masa por la aceleración, esto sucede si y solo si la masa es constante (ecuación 12.3). Veamos a detalle estas dos definiciones. Por un lado, el cambio del momento será:

$$\sum \vec{F} = \sum \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (12.1)$$

Donde el momento lineal (\vec{P}) está definido por la multiplicación de la masa por la velocidad $\vec{P} = M\vec{v}$. Entonces la fuerza es:

$$\sum \vec{F} = \sum \frac{dM\vec{v}}{dt} = \sum M \frac{d\vec{v}}{dt} + \sum \frac{dM}{dt} \vec{v} = \sum M\vec{a} + \sum \frac{dM}{dt} \vec{v} \quad (12.2)$$

Recordando que la aceleración es $\vec{a} = d\vec{v}/dt$

En el caso especial en que la masa permanece constante en cada experimento, entonces $dM/dt = 0$ y la ecuación se reduce a la versión más conocida:

$$\sum \vec{F} = M * \vec{a}_{resultante} \quad (12.3)$$

A partir del análisis anterior, Newton planteó las siguientes leyes:

Primera ley de Newton: si la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (la fuerza neta) es cero, el cuerpo está en equilibrio y tiene aceleración cero, es decir, el cuerpo se debe mover en línea recta a una rapidez constante o en reposo ($v=0$).

Segunda ley de Newton: la aceleración de un cuerpo bajo la acción de un conjunto de fuerzas dado es directamente proporcional a la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) e inversamente proporcional a la masa del cuerpo, es decir, de la ecuación 12.3:

$$\vec{a}_{resultante} = \frac{\sum \vec{F}}{M} \quad (12.4)$$

Tercera ley de Newton: cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente fuerzas que en todo instante son iguales en magnitud y opuestas en dirección.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Sensor de fuerza	PS-2189
1	Sistema dinámico	ME-6955
1	Accesorio soporte para sensor de fuerza	CI-6545
1	Carrito con ventilador	ME-6977
2	Masa compacta de carro	ME-6755
2	Masa compacta	ME-9507
1	Balanza	MH-5

Tabla 12.1: Material.

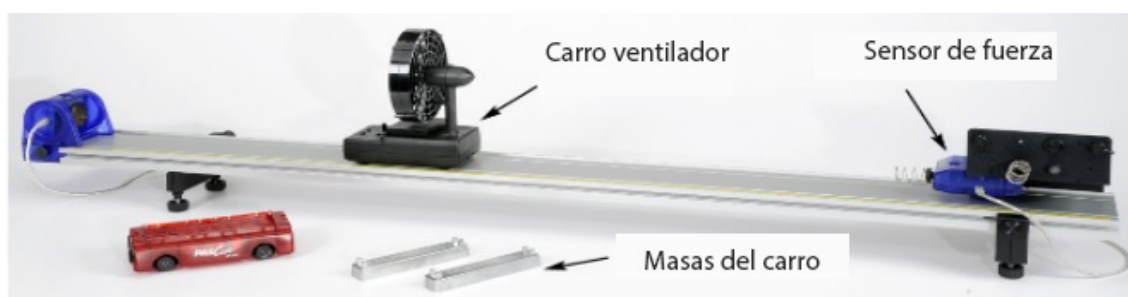


Figura 12.2: Midiendo la aceleración del carro utilizando el sensor de movimiento.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>

1. Configurar la pista como se muestra en la Figura 12.2 con el sensor de movimiento en el extremo de la pista que es el punto cero de la regla amarilla.
2. Conectar el sensor de movimiento en el puerto P1 de la interfaz y verificar que el interruptor de rango esté en el icono de carro.
3. Conectar el sensor de fuerza al soporte como se muestra en la Figura 12.3. Utilizar el parachoques del resorte de servicio más ligero.
4. Conectar el sensor de fuerza en el puerto P2 de la interfaz.
5. Colocar el carro del ventilador en la pista como se muestra en la Figura 12.4. El ventilador puede girar sobre su base, debe estar apuntando hacia el sensor de movimiento, con el indicador de ángulo puesto a cero grados.

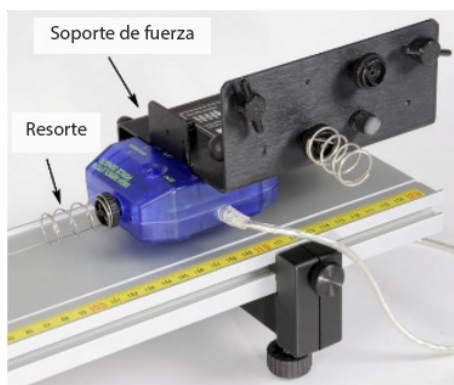


Figura 12.3: Partes del sensor de fuerza.



(a) Carro con ventilador.

(b) Cambio de velocidad.

Figura 12.4: Ajuste del material.

6. Colocar ambas masas compactas negras en la bandeja debajo del ventilador.
7. Ajustar el nivel de la pista de manera que el carro ruede ligeramente hacia abajo, para compensar la fricción. Poner el carro ligeramente hacia la derecha (lejos del sensor de movimiento) y hacer clic en el botón *Monitor* de Capstone para visualizar los datos. Utilizar el gráfico de velocidad para ajustar el nivel de la pista de modo que el carro se mueva a velocidad constante.
8. Con el carro del ventilador en reposo contra el resorte, tarar el sensor de fuerza. Dar clic en *Monitor* de nuevo y ver la visualización de dígitos de la fuerza para asegurar que el sensor está leyendo cero. Tarar de nuevo si es necesario.
9. Encender el carro del ventilador (ver Figura 12.4) presionando el botón de encendido. El carro del ventilador está ahora en modo de espera, y la velocidad del ventilador debe ajustarse en baja. Más adelante en el experimento cambiará la velocidad del ventilador. Presionar el botón de encendido de nuevo para iniciar y detener el ventilador.



Figura 12.5: Fuerza (primera ejecución).

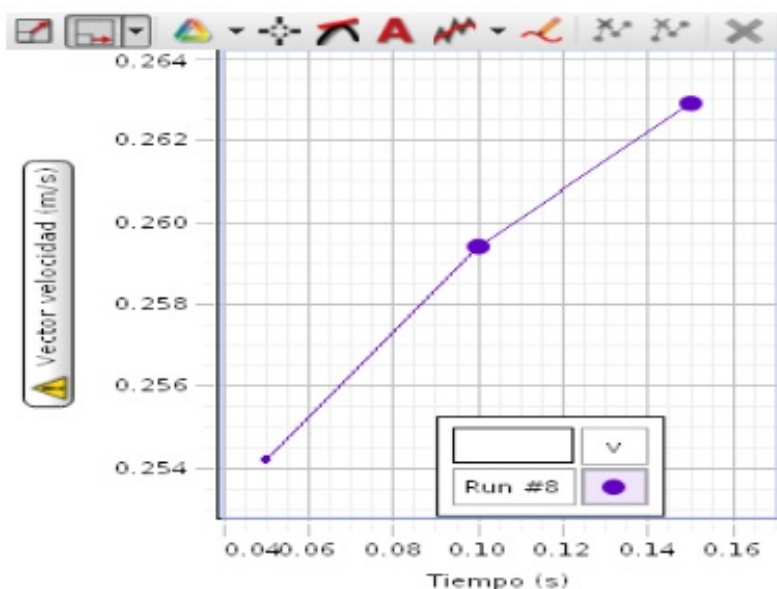


Figura 12.6: Pista nivelada.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 min.

Resumen del procedimiento.

1. Obtener la gráfica posición y velocidad vs. tiempo con el sensor de movimiento.
2. Determinar la aceleración por medio del software Capstone (repetir tres veces la misma prueba).
3. Variar el peso del carro.
4. Hacer la tabla de fuerza en función de la aceleración.
5. Realizar ajuste por mínimos cuadrados. ¿Qué representa la pendiente de la gráfica?, ¿cuál es su valor? En el apéndice 22 se encuentran las bases del análisis por mínimos cuadrados.

1. Encender el ventilador. Se debe establecer en velocidad baja.
2. Con el carro del ventilador en reposo contra el muelle, comenzar a grabar. La pantalla de dígitos muestra el promedio de funcionamiento de la fuerza del ventilador, y debe mostrar rápidamente una lectura constante. Si el valor cambia gradualmente, detener y reiniciar la grabación.
3. Detener la grabación. Introducir la fuerza en la tabla siguiente. Ignorar el signo.

4. Con el ventilador todavía en funcionamiento, colocar la parte posterior del carro del ventilador en la marca de 15 cm. Siempre arrancar el carro desde esta posición.
5. Comenzar a grabar y soltar el carro del reposo. Para obtener datos confiables, la recolección de datos no comenzará hasta que el carro alcance una posición de 18 cm, debido a una condición inicial. También se debe evitar que el sensor detecte objetos que puedan generar ruido en los datos. Tratar de detener el carro antes de que llegue al extremo.
6. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero hay una condición de parada automática que detiene la grabación cuando el carro alcanza los 60 cm.
7. Seleccionar un ajuste de curva lineal para encontrar la aceleración del carro e ingresar el valor en la tabla. Repetir con la velocidad del ventilador ajustada en medio y alto.

	Nivel	F	Aceleración
		(N)	$\frac{m}{s^2}$
1	Bajo		
2	Bajo		
3	Bajo		
4	Medio		
5	Medio		
6	Medio		
7	Alto		
8	Alto		
9	Alto		

Tabla 12.2: Registro de datos para el caso de masa constante.

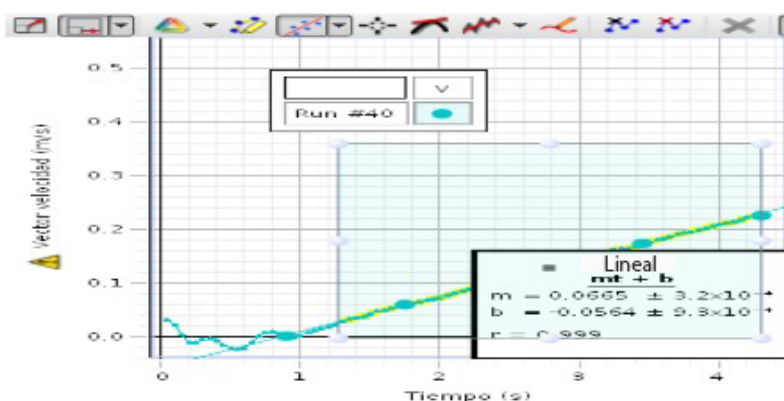


Figura 12.7: Gráfica del vector velocidad.

8. Este gráfico mostrará los valores de la Tabla 12.2, la fuerza aplicada y la aceleración resultante. ¿Qué propiedad física representa la pendiente de un gráfico de fuerza en función de la aceleración? Sugerencia: ¿Cuáles son las unidades de la pendiente?
9. Seleccionar un ajuste de curva lineal y determinar la pendiente.
10. Utilizar una balanza para encontrar la masa real del carro más barras de masa y comparar con su valor.

11. La gráfica muestra que la fuerza aplicada es directamente proporcional a la aceleración resultante. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? Escribir la ecuación en la bitácora.
12. ¿Cuál es el nombre de esta ecuación?

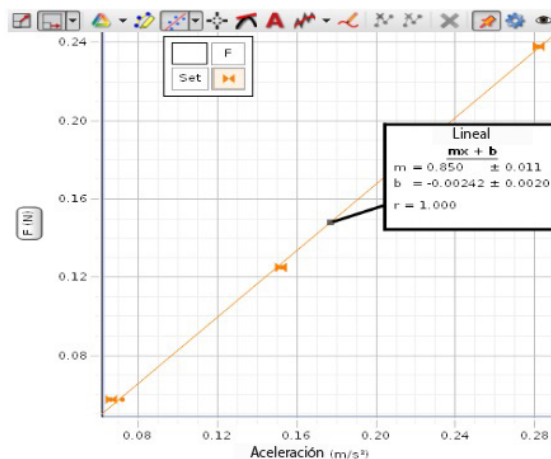


Figura 12.8: Gráfica de la fuerza vs. aceleración.

13. Retirar las masas del carro del ventilador y usar la balanza para medir la masa del carro con ventilador más la del carro PASCART. Registrar el valor en la tabla siguiente.
14. Colocar el PASCART delante del carro del ventilador como se muestra en la Figura 12.6. La bandeja del PASCART se utilizará para mantener la masa extra, pero empieza con el vacío. Sobreponer las masas para el carro, para hacer más espacio.
15. Encender el ventilador, ajustar para velocidad media.
16. Comenzar a grabar y soltar el carro desde la marca de 15 cm. Usar las mismas condiciones de inicio y parada que antes.
17. Utilizar la pendiente para encontrar la aceleración como antes e ingresar el valor en la Tabla 12.3.
18. Agregar una barra de masa y repetir. Utilizar todas las barras de masa, incluyendo las masas compactas negras. También entrarán en el PASCART. Nota: aunque la masa aumenta entre cada experimento, es importante hacer notar que la masa permanece constante en cada medición. Por esta razón, la fuerza se considera como $F = ma$.

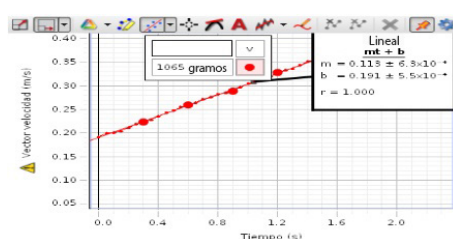
Cuestionario³

1. La Figura 12.8 muestra los valores de la tabla de la aceleración en función de la masa resultante. ¿Es esta gráfica lineal? ¿Debería serlo?
2. Seleccionar el eje de masas y luego elegir el menú *cálculo rápido* (*QuickCalc*) para seleccionar la preconfiguración de la inversa, $\frac{1}{m}$ (ver apéndice para saber acerca de *cálculo rápido*). ¿Qué le sucedió a la gráfica?, ¿por qué ocurrió esto?

³Basado en Halliday, Resnick y Krane [7] y Sears, Zemansky y Young [34].

	Carga	Masa (kg)	Aceleración $(\frac{m}{s^2})$	F (N)
1	PASCART + ventilador			
2				
3	+1 masa			
4				
5	+2 masas			
6				
7	+3 masas			
8				
9	+4 masas			
10				

Tabla 12.3: Aceleración del PASCART en relación a la variación de masa.



(a) Gráfico del mejor ajuste del vector velocidad con respecto al tiempo. (b) Carro con ventilador empujando al PASCART.

Figura 12.9: Aplicando la fuerza del carro negro (ventilador) sobre el PASCART.

3. Seleccionar un ajuste de curva lineal y determinar la pendiente. ¿Qué propiedad física representa la pendiente? ¿Cuáles son las unidades?
4. Comparar esto con el valor real que se midió anteriormente.
5. En general, ¿qué sucede con la aceleración de un objeto cuando se aumenta la fuerza aplicada? (Asumir masa constante).
6. En general, ¿qué sucede con la aceleración de un objeto cuando aumenta su masa? Suponer una fuerza constante.
7. Un bloque de 5.1 kg de peso es jalado a lo largo de un piso sin fricción por una cuerda que ejerce una fuerza $P = 12$ N con un ángulo de 25 grados con respecto a la horizontal, como se muestra en la Figura 12.11a. a) ¿Cuál es la aceleración del bloque?; b) La fuerza P se incrementa lentamente ¿cuál es el valor de P en el momento antes de que el bloque sea levantado del piso?; c) ¿Cuál es la aceleración del bloque antes de que sea levantado del piso?
8. Una cuña en triángulo rectángulo de masa M y ángulo θ (que soporta un pequeño bloque de masa m sobre su lado) descansa sobre una mesa horizontal, como se muestra en la Figura 12.11b. Supón todos los contactos carentes de fricción. a) ¿Qué aceleración horizontal a deberá tener M (y m) en relación a la mesa para mantener a m estacionaria con respecto a la cuña? Ayuda: La fuerza normal entre la cuña y la masa, ¿vale $N = mg \cos \theta$?; b) ¿Qué fuerza horizontal F deberá ser aplicada al

sistema para obtener este resultado?; c) Supón que no se imprime fuerza alguna sobre M y que ambas superficies carecen de fricción. Describe cualitativamente el movimiento resultante.

9. **Actividad reto:** quizás habrás observado el truco de quitar el mantel de la mesa sin quitar los platos, vasos, cubiertos y florero que están sobre ella. ¿Has realizado el truco? Hacer un video que tenga una duración no mayor a 2 minutos en el que se explique cómo funciona.

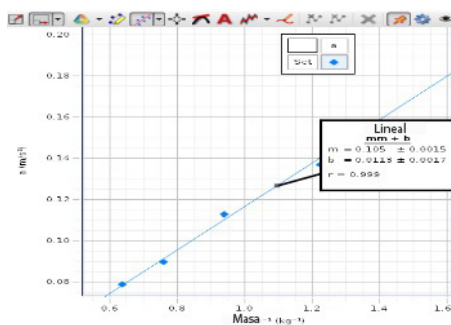
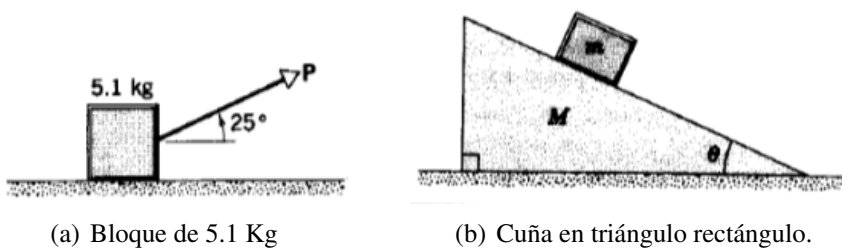


Figura 12.10: Gráfica de la aceleración contra la masa.



(a) Bloque de 5.1 Kg

(b) Cuña en triángulo rectángulo.

Figura 12.11: Ejercicios de cuestionario.



13. Coeficiente de fricción

Introducción¹

En los ejemplos más sencillos, se ha despreciado la fricción; sin embargo, la fricción es un elemento cotidiano que nos permite entender fenómenos más complicados como el comportamiento dinámico de un sistema mecánico tal como un pistón, el movimiento/deslizamiento de las capas tectónicas, el desgaste de las llantas de un automóvil, la interacción en un disco de acreción de una estrella o galaxia, entre otras aplicaciones. En esta práctica se emplearán diferentes materiales con diferentes rugosidades para ver su efecto en la fuerza resultante.

Objetivo

Determinar el coeficiente de fricción y la fuerza necesaria para poder tirar de las bandejas de fricción con diferentes materiales en su superficie. Identificar las diferencias entre fricciones cinéticas y estáticas para cada material.

El carro motorizado (ver Figura 13.1) se utilizará para tirar de las bandejas de manera controlada a lo largo de la pista, ya que el sensor de fuerza mide directamente la fuerza de fricción.

¹Basado en PASCO-Scientific/P23 [24].

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Determinar el coeficiente de fricción.

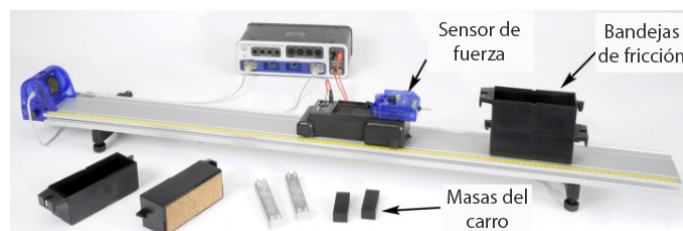


Figura 13.1: Material.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Qué genera más trabajo: empujar una caja sobre una superficie lisa o sobre una rugosa?
2. ¿Cuál requiere aplicar una mayor cantidad de fuerza? a) una caja en reposo (fricción estática) o b) la misma caja pero una vez que se desliza (fricción cinética). ¿Por qué?
3. ¿A qué se debe la fuerza de fricción?
4. Un automóvil en movimiento deja de acelerar hasta llegar al reposo, ¿por qué se detiene el automóvil? Considerando la ley conservación de la energía, ¿en qué se convierte la energía cinética?

Fundamento teórico²

La fuerza de fricción es un fenómeno complejo (interacción entre la materia a nivel molecular), pero para simplificarlo se ha considerado proporcional a diferentes variables, por ejemplo, en la caída de un objeto se considera proporcional a la rapidez, mientras que en el arrastre de objetos en una superficie rugosa se considera proporcional a la fuerza

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

normal (N). La siguiente ecuación describe el modelo para la fuerza de fricción en el caso de arrastre de objetos:

$$F_{fric} = \mu N \quad (13.1)$$

La constante de proporcionalidad es llamada coeficiente de fricción (μ), la cual depende del material, pero también se puede especificar aún más su nombre si el objeto se mueve (coeficiente de fricción cinética) o si permanece estático (coeficiente de fricción estática).

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de fuerza de alta resolución	PS-2103
1	Sensor de fuerza	PS-2189
1	Tornillo largo para el sensor de fuerza	PS-2189
1	Sistema dinámico	ME-6955
1	Sensor de fricción	ME-8735
1	Carro motorizado	ME-9472
2	Masa compacta	ME-9507
1	Cuerda	ME-8738
1	Balanza	SE-8723

Tabla 13.1: Material.

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Instalar la pista como en la Figura 13.1 y usar las patas ajustables para nivelarla.
2. Conectar el sensor de movimiento a la entrada P1 y colocarlo en la pista. Verificar que el interruptor del sensor de movimiento está ajustado en *carro*.
3. Conectar el sensor de fuerza a la entrada P4 y con el destornillador largo, fijarlo al carro como se muestra en la Figura 13.2. Colocar el carro en la pista.
4. Conectar el cable de alimentación del carro motorizado a la salida 1 y verificar que esté apagado. Con el voltaje en CC, ajustar a 2 V (voltios), encender y apagar la salida para asegurar que esté funcionando. Se puede abrir y cerrar la ventana de salida seleccionando el *generador de señales* en la barra de herramientas del gráfico.
5. Conectar las bandejas de fricción al sensor de fuerza utilizando una cuerda como se muestra en la Figura 13.2. La bandeja inferior debe tener la superficie de fieltro

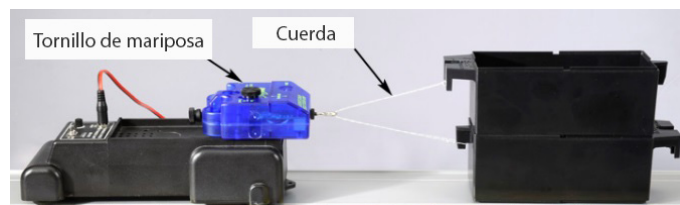


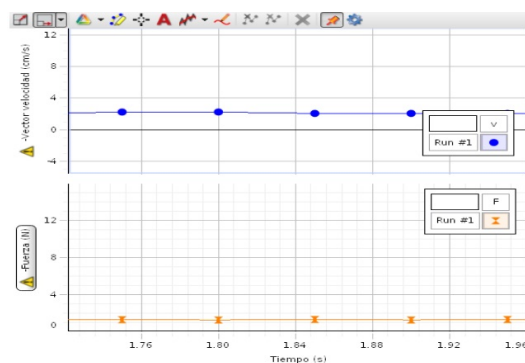
Figura 13.2: Bandejas atadas al sensor de fuerza.

negro. Siempre se debe tirar con dos bandejas apiladas, de modo que el sensor de fuerza a su vez tire de nivel. Para la bandeja superior, se debe usar una que posea plástico blanco en la parte inferior. El extremo inferior de la cuerda se tiene que enrollar alrededor del gancho de la bandeja, esto facilita el cambio de la superficie de la bandeja inferior.

- Colocar las dos masas de plata en la bandeja superior de fricción. Si el carro motorizado tiene problemas para tirar de la carga, se deben agregar las masas compactas negras al carro delante del sensor de fuerza. Si todavía se generan problemas, se puede proceder a retirar una de las masas de plata de la bandeja.

¿Existe una relación entre la velocidad y la fuerza de fricción?

- Colocar el carro y las bandejas al extremo opuesto de la pista. Esta es la posición inicial para todas las carreras.
- En el software Capstone y en el menú izquierdo, abrir la ventana *generadora de señales* y establecer el voltaje en 1.0 V. La salida debe ajustarse en automático, para que se active automáticamente el carro cuando se inicie la grabación de datos y se detenga cuando finalice la misma.
- Comenzar la grabación para recolectar datos con los sensores y el software Capstone. La grabación se puede detener en cualquier momento, pero también hay una condición de parada automática que detendrá la grabación cuando el carro esté a menos de 20 cm del sensor de movimiento.
- Si el carro motorizado no puede tirar de la carga, se debe aumentar el voltaje a 1.5 V.
- Ajustar el sensor de movimiento si es necesario para obtener buenos datos de velocidad.
- Los datos de fuerza serán ruidosos, pero se puede obtener una lectura media; para ello es necesario usar la herramienta *suavizado* en la barra de herramientas del gráfico. Utilizar el *cálculo rápido* de la barra de herramientas del gráfico en el eje para hacer que los valores sean positivos.
- Utilizar la herramienta de coordenadas para medir velocidad y fuerza de fricción y elegir un tiempo que tenga datos buenos para ambos.
- Registrar los datos obtenidos en la tabla de la Figura 13.3b.
- Repetir el procedimiento para diferentes voltajes: 1.5 V, 2.0 V, 2.5 V, ..., hasta 5.0 V.
- Los datos de fuerza de fricción en función de la velocidad (ver puntos anteriores) se representan gráficamente en la Figura 13.4. ¿Existe alguna tendencia entre los datos? ¿Cómo depende la fuerza de fricción de la velocidad?



(a) Gráfico de fuerza y velocidad.

	Set Voltage (V)	Speed Speed (cm/s)	Speed Friction (N)
1	0.8	1.5	1.20
2	0.9	2.0	1.25
3	1.0	2.2	1.34
4	1.5	4.7	1.41
5	2.0	7.2	1.41
6	2.5	10.0	1.42
7	3.0	12.7	1.42
8	3.5	15.1	1.42
9	4.0	18.2	1.42
10	4.5	20.8	1.40
11	5.0	23.2	1.40

(b) Recolección de datos.

Figura 13.3: Datos y gráfico.

11. Usar la relación entre la máxima y la mínima velocidad. ¿Cuánto varió la velocidad? ¿Cómo varió la fuerza de fricción resultante? ¿La fricción cambió poco o mucho?
12. ¿Los datos obtenidos apoyan el concepto de que es una aproximación útil? Suponer que la fricción de deslizamiento es independiente de la velocidad.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

1. Volver a colocar la bandeja de fieltro inferior con superficie de plástico blanco. Comenzar con ambas bandejas vacías y utilizar la balanza para determinar la masa. Calcular el peso combinado e introducir esto como la fuerza normal en una tabla como se muestra en la Figura 13.5.
2. Ajustar la salida de voltaje a 1.5 V y comenzar a grabar.
3. Anotar la velocidad aproximada y, si es necesario, ajustar el voltaje en ciclos posteriores para mantener la velocidad igual.

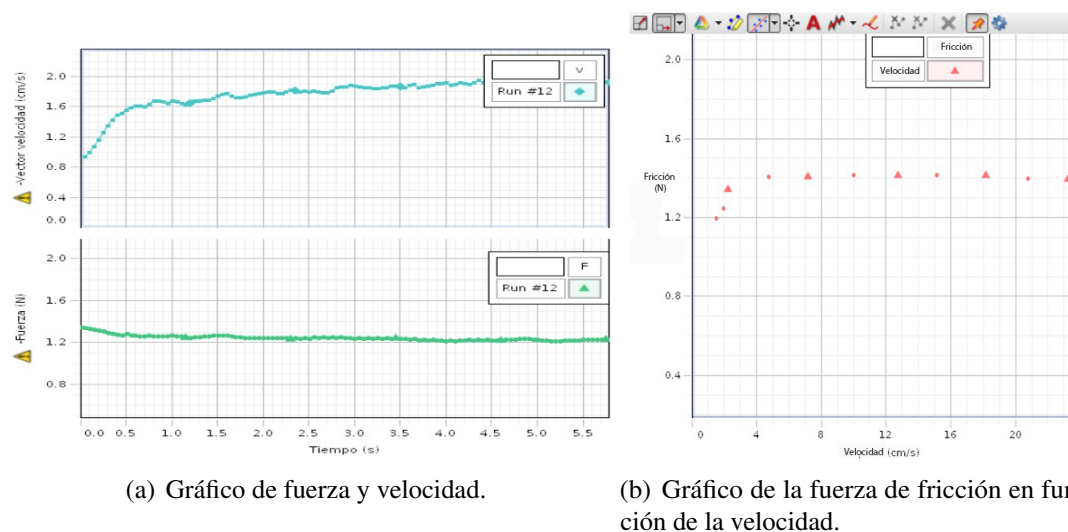


Figura 13.4: Gráficos.

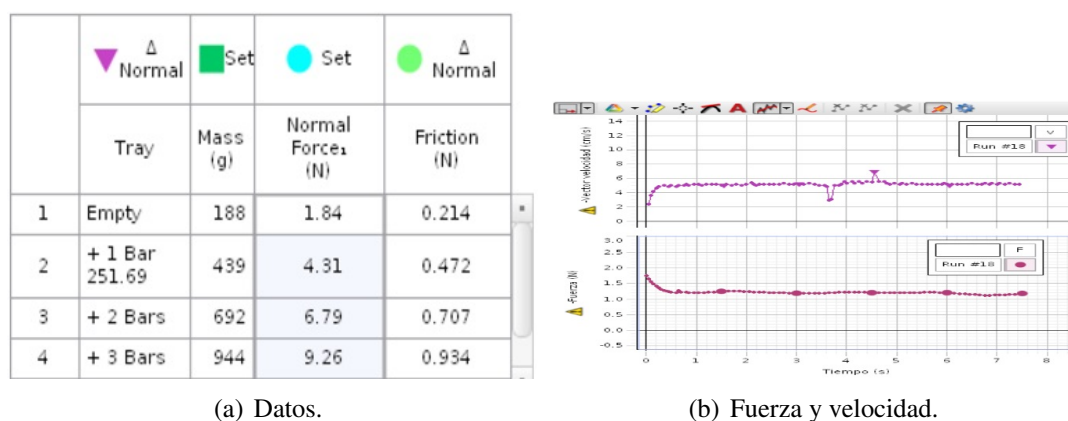


Figura 13.5: Datos y gráfico.

- Registrar la fuerza de fricción en la tabla y agregar las 4 barras de masa (una a la vez) y repetir. Se deben obtener 5 valores.
- Las fuerzas de fricción frente a los datos de la fuerza normal se representan gráficamente en la Figura 13.6. ¿Qué tendencia se puede ver en los datos? Realizar un ajuste de curva lineal. ¿Los datos son lineales?
- En la mayoría de los libros de texto se establece lo siguiente:

$$f = \mu N \quad (13.2)$$

Donde f = fricción, N = fuerza normal, y μ = coeficiente de fricción. ¿Los datos obtenidos apoyan esta suposición? ¿Cuáles son las unidades para μ ?

- Retirar todas las barras de masa, excepto una. Comenzar a grabar y usar el gráfico para medir la fuerza de fricción.
- Utilizar la ecuación 13.2 para calcular el coeficiente de fricción para el material plástico blanco. Introducir el valor obtenido en la tabla siguiente.
- Los coeficientes están siempre entre dos superficies. ¿Cuál es la otra superficie?

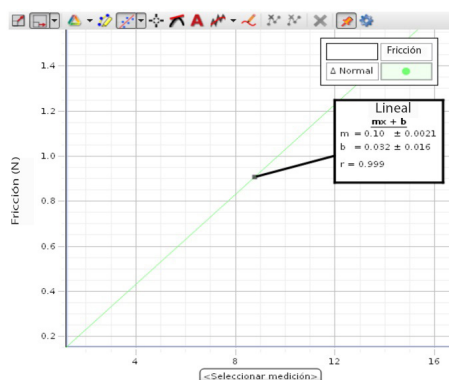
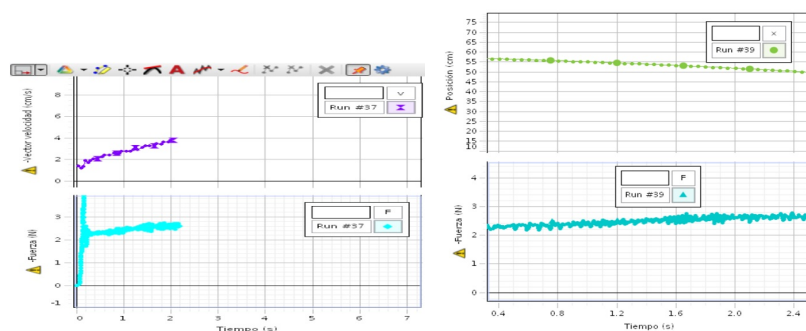


Figura 13.6: Fricción en función de la fuerza normal.

10. Volver a colocar la bandeja inferior de plástico con una bandeja de fieltro negro y repetir. Conectar la bandeja de fieltro inferior con una bandeja de material de corcho marrón y repetir.
11. ¿Qué material tiene el coeficiente más grande? ¿Cuál tiene menos?
12. ¿Qué tipo de fricción está midiendo: fricción estática o cinética (deslizante)?
13. Conectar las bandejas como se muestra en la Figura 13.7. Las dos bandejas inferiores deben ser de plástico blanco. Colocar una de las barras de masa de plata en cada una de las dos bandejas superiores y realizar la prueba de tracción como antes.
14. Medir la fuerza del gráfico y utilizar la ecuación 13.2 para calcular el coeficiente de fricción para el material de plástico blanco.
15. ¿Cómo se compara este valor (con el doble de superficie) con los valores anteriores? La mayoría de los libros de texto suponen que la fricción de deslizamiento es independiente de la superficie, ¿es verdad esto?
16. Retirar las dos bandejas traseras, retomando la configuración original, tirando solo dos bandejas. La bandeja inferior debe ser de corcho. Colocar las masas (barras) en la bandeja superior, y las masas negras en el carro motorizado delante del sensor de fuerza. Si el carro no tira de las bandejas, retirar una de las masas.
17. El generador de señal está ahora configurado para incrementar la tensión y para aumentar lentamente la fuerza de tracción durante un periodo de 10 segundos. Si las bandejas no se liberan y se mueven en ese tiempo, se deberá aumentar la amplitud del voltaje.
18. Comenzar la grabación y tan pronto como la bandeja empiece a deslizarse, detener la misma. Sin mover o tocar el carro y la bandeja, comenzar a grabar nuevamente.



Figura 13.7: Modelo con doble superficie.



(a) Tiempo en función de la velocidad y (b) Tiempo en función de la posición y fuerza.

Figura 13.8: Gráficos.

19. Examinar los datos obtenidos. Se pueden ver desde los datos de posición donde la bandeja comienza a deslizarse, hasta el valor de la fuerza de fricción deslizando después de este punto. En el tiempo anterior, ¿qué aspecto tiene la fuerza?
20. La mayoría de los materiales muestran un valor para la fricción estática ligeramente mayor que para la fricción (cinética) deslizando. ¿Los datos obtenidos apoyan esto? ¿Cuál es el mayor valor obtenido para el coeficiente estático?

Cuestionario

1. Intentas mover un automóvil de 1 tonelada por un piso horizontal. Para comenzar a moverlo debes tirar con una fuerza horizontal de 300 N. Una vez que el automóvil comienza a moverse, puede mantenerse a velocidad constante con solo 200 N. ¿Cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética?



14. Fuerza centrípeta

Introducción¹

Todos los cuerpos que siguen y continúan una trayectoria curva están sometidos a la llamada fuerza centrípeta (del latín, *centrum*, «centro» y *petere*, «dirigirse hacia», es decir, dirigirse hacia el centro). También existe la mal llamada fuerza centrífuga (en otra práctica se discutirá esto más a fondo), que técnicamente hablando está mal dicho llamarle fuerza, debido a que es la consecuencia de la Ley de la Inercia (primera ley de Newton). Regresando a la fuerza centrífuga, esta fuerza actúa hacia el centro de curvatura causando una desviación de la trayectoria rectilínea del cuerpo (por ejemplo, la tensión que existe en una cuerda unida a una bola en un movimiento circular). Una gran variedad de fenómenos naturales pueden explicarse a través de esta fuerza. Por ejemplo, los planetas que giran alrededor del Sol describen trayectorias elípticas. En este caso, la fuerza de gravedad que ejerce el Sol sobre los planetas da origen a la fuerza centrípeta que permite que los planetas se mantengan en una órbita constante alrededor del Sol. El estudio de este tipo de fuerzas es importante no solo para comprender el movimiento de los planetas, sino porque permite el diseño de maquinarias, satélites de telecomunicaciones y entender otros fenómenos naturales como los huracanes. También la industria automotriz la estudia para desarrollar neumáticos que tengan mejor “agarre” al momento de manejar en los caminos curvados. Al viajar en un vehículo sobre una curva en la carretera experimentas una fuerza “ficticia” sobre tu cuerpo que te empuja hacia afuera del vehículo. Esta fuerza “ficticia” solo es perceptible para las personas dentro del vehículo, por lo que, depende del marco de referencia, a este tipo de fuerzas ficticias también se le conoce como *pseudo fuerzas*.

¹Basado en PASCO-Scientific/P27 [25].

Objetivo

Verificar experimentalmente la fuerza centrípeta que experimenta un péndulo usando el sensor de fuerza y de movimiento rotatorio. Identificar cómo se relacionan la fuerza centrípeta, la velocidad angular y el radio de movimiento.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Medir la fuerza centrípeta.
3. Determinar la relación para la fuerza y el radio.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Si un automóvil recorre una curva en la carretera, suponiendo que no hay fuerzas de fricción, ¿cuáles son las fuerzas que experimenta?
2. ¿Cómo se calcula la velocidad angular? Calcula la velocidad angular de la Tierra; estima la velocidad angular de un ventilador.
3. ¿Qué relación existe entre la fuerza centrípeta y la velocidad angular?
4. Define la velocidad tangencial, ¿cómo se calcula?

Fundamento teórico²

A la fuerza centrífuga se le considera como una fuerza ficticia porque solo aparece en un marco de referencia no inercial (marco acelerado) que se explica con la primera ley de Newton al describir una trayectoria tangencial a la curva (por ejemplo, la masa unida a una cuerda que se rompe). Por otro lado, la fuerza centrípeta es la responsable de mantener en movimiento sobre un camino curvo a un objeto (movimiento acelerado).

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

La fuerza centrípeta está dirigida hacia el centro de la curvatura de la trayectoria y es expresada por la siguiente ecuación en términos de la masa (m) y de la aceleración centrípeta (a_c):

$$F_{centripeta} = ma_c = m \frac{v_t^2}{r} \quad (14.1)$$

Para deducir esta ecuación se requiere derivar la velocidad tangencial, la cual no cambia de magnitud, pero sí de sentido. Para el caso del movimiento circular, la aceleración radial es dada en términos de la rapidez tangencial (v_t) y del radio (r). Se hace notar que la fuerza centrípeta es proporcional al cuadrado de la rapidez tangencial e inversamente al radio, razón por la que tomar las curvas cerradas a exceso de velocidad es la causa de accidentes automovilísticos.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento giratorio	PS-2120
1	Sensor de fuerza de alta resolución	PS-2189
1	Péndulo de fuerza centrípeta	PS-2189
1	Abrazadera de mesa	ME-9472
1	Barra de 90 cm	ME-8738
2	Abrazadera múltiple	ME-9507
1	Cuerda	ME-8050
1	Balanza	SE-8723
1	Metro de madera	SE-8827

Tabla 14.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>

1. Utilizar la abrazadera para la mesa y la varilla de 90 cm para soportar el sensor de movimiento giratorio como se muestra en la Figura 14.1. Conectar el sensor de movimiento rotatorio en la interfaz.

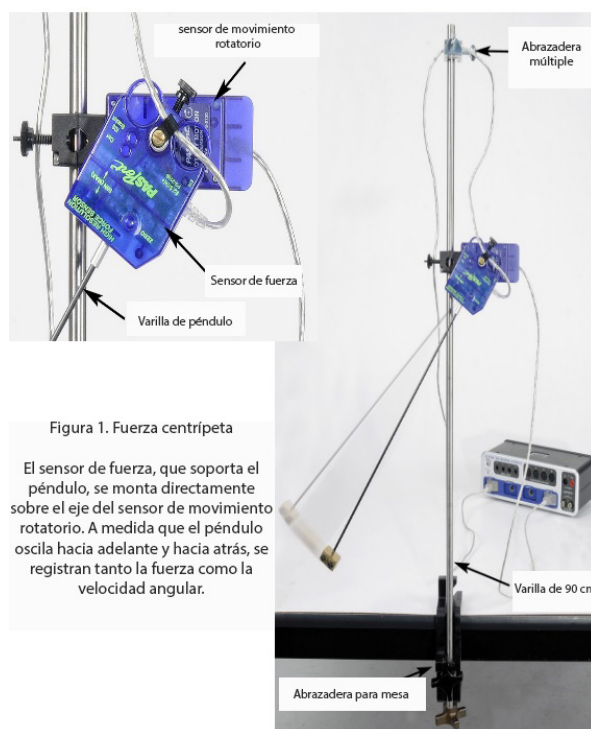
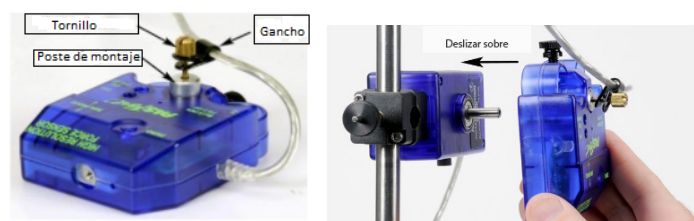


Figura 1. Fuerza centrípeta

El sensor de fuerza, que soporta el péndulo, se monta directamente sobre el eje del sensor de movimiento rotatorio. A medida que el péndulo oscila hacia adelante y hacia atrás, se registran tanto la fuerza como la velocidad angular.

Figura 14.1: Fuerza centrípeta.



(a) Cable del sensor de fuerza del soporte. (b) Montaje del sensor de fuerza.

Figura 14.2: Montaje del equipo.

2. Utilizar el tornillo y la barra como se muestra en la Figura 14.2 para sujetar el cable del sensor de fuerza en el centro de la rotación. Esto reduce en gran medida el efecto del cable sobre el movimiento del péndulo y una posible fuente de error sistemático.
3. Desplazar el sensor de fuerza con la barra de montaje sobre el eje del sensor de movimiento giratorio y apretar el tornillo, como se muestra en la Figura 14.2b. El tornillo de plástico negro sujeta el sensor de fuerza al poste de montaje.
4. Utilizar la abrazadera múltiple para soportar el cable del sensor de fuerza directamente encima (ver la Figura 14.1). Conectar el sensor de fuerza en la interfaz.
5. Utilizar los dos tornillos para fijar la masa del péndulo a la barra (ver Figura 14.3). Más adelante en el experimento, la masa estará localizada en varios radios, pero ahora se deberá colocar el fondo de la misma al tope con el extremo de la barra.
6. Atornillar la varilla del péndulo al sensor de fuerza como se muestra en la Figura 14.1.

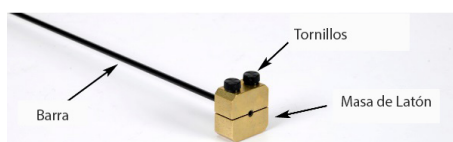


Figura 14.3: Masa del péndulo.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Con el péndulo estacionario calibrar el sensor de fuerza utilizando el botón cero del estuche. Esto calibrará el peso del péndulo, de modo que, durante el experimento, el sensor de fuerza estará midiendo solamente la fuerza debido a la rotación del péndulo.
2. Sacar al péndulo del equilibrio como se muestra en la Figura 14.1, comenzar a grabar y soltar el péndulo. Inmediatamente detener la grabación, ya que solo se quiere grabar la mitad de un ciclo.
3. Comprobar el signo de los datos de velocidad angular cuando se libera del reposo, el cual debe ser positivo. Abrir el resumen de datos y seleccionar el botón *propiedades*, en forma de engrane, para el sensor de movimiento giratorio. Anotar la casilla de verificación para cambiar el signo y seleccionar el botón *cero ahora*, esto hará que el ángulo sea cero cuando el péndulo esté en reposo.
4. Comprobar el signo de los datos de fuerza, el cual también debe ser positivo. Si es necesario, abrir el resumen de datos y seleccionar el icono de propiedades para el sensor de fuerza y cambiar el signo. Una vez que se verifique que todo está correcto, borrar todas las ejecuciones de datos.
5. En el siguiente ejercicio se dejará que el péndulo oscile continuamente mientras se toman varios conjuntos de datos cortos. Cada conjunto de datos tiene que ser de alrededor de uno o dos ciclos de largo. Se debe tener al menos un máximo en los datos de velocidad angular: esto corresponde a cuando el péndulo está en la parte inferior de su oscilación. Sacar al péndulo del equilibrio nuevamente y soltarlo; después de haber completado un ciclo, comenzar a grabar y tomar datos para 1 o 2 ciclos, y luego detener. Sin tocar el péndulo, registrar los datos para otro par de ciclos. La única parte importante de cada registro de datos es que se observe un valor máximo para los datos de velocidad angular. Seguir registrando más ciclos (sin alterar el péndulo) hasta que el máximo de velocidad angular sea inferior a 1 rad/s. Se tienen que obtener al menos 10 ejecuciones.
6. ¿Consideras que es importante usar ángulos pequeños tal como sucede en el experimento de péndulo simple para usar la aproximación de linealidad en la ecuación? Para responder y justificar tu respuesta, haz el experimento con ángulos pequeños, menores a 15 grados con respecto a la vertical y ángulos mayores.
7. Utilizar el selector de datos de la barra de herramientas del gráfico, y seleccionar “ejecutar”. Tener en cuenta que las estadísticas están activadas, mostrando el valor máximo en ambos gráficos.

8. Verificar que los dos máximos son para el mismo tiempo. Se puede utilizar la herramienta de selección de datos para resaltar solo el pico que se desea.
9. Si los datos son demasiado ruidosos, se puede utilizar la herramienta de suavizado.
10. Introducir los valores de la fuerza y velocidad máximas en la tabla siguiente. Repetir para las otras ejecuciones.

Núm.	Max. F (n)	Max. ω (rad/s)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Tabla 14.2: Max. F y Max. ω .

11. En general, la fuerza centrípeta es la suma de las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre la masa del péndulo dirigida hacia el centro del círculo, que debe incluir el peso del péndulo. Pero para estos datos, los datos de fuerza son la fuerza centrípeta. ¿Por qué?
12. ¿Los datos obtenidos son lineales? ¿Es la fuerza centrípeta directamente proporcional a la velocidad angular?
13. Utilizar la herramienta de *cálculo rápido* y cambiar el eje horizontal a ω^2 (ver apéndice para mayor información acerca de *cálculo rápido*). ¿Los datos son lineales ahora? ¿Cómo depende la fuerza centrípeta de la velocidad angular?
14. Utilizar un ajuste lineal y registrar la pendiente para su uso posterior. ¿Cuáles son las unidades?
15. En esta sección se variará el radio. Deslizar la masa por la varilla y usar un metro, ver Figura 14.4. Para colocar la parte superior de la masa a 20 cm del centro de rotación.
16. Observar la visualización del ángulo añadido. Para cada serie, se desea que la amplitud inicial de la velocidad angular sea de aproximadamente 4 rad/s. Esto es determinado por el desplazamiento angular inicial y, por lo tanto, ayuda a observar el ángulo.
17. Con el péndulo en reposo, comenzar a grabar. Desplazar el péndulo alrededor de 30° y soltarlo. Si la velocidad angular máxima inicial no es de 4 rad/s, entonces se debe detener la grabación e intentar otra ejecución, ajustando el desplazamiento inicial.
18. Grabar datos hasta que la amplitud de la velocidad angular esté por debajo de 3 rad/s.
19. En este ejercicio variará el radio, pero la fuerza será siempre leída cuando la velocidad angular sea de aproximadamente 3 rad/s.
20. Debido a que existe un error muy grande en la medición de la velocidad angular, se deben hacer varias mediciones en cada radio, como se muestra en la Tabla 14.4.



Figura 14.4: Desplazar la masa 20 cm.

21. Examinar cuidadosamente los datos. Se quiere encontrar el momento en que la velocidad angular de amplitud es lo más cercana posible a 3 rad/s (en cualquier dirección). En ese momento, medir la máxima fuerza positiva.
22. Una vez que se obtenga una buena ejecución, usar la herramienta de coordenadas para medir la fuerza a 3 rad/s e ingresar los valores en la Tabla 14.3. Cuando se obtenga un buen promedio sólido, ingresar esa fuerza promedio en la Tabla 14.4. Repetir para todos los radios listados.
23. ¿Los datos obtenidos son lineales?
24. ¿Cómo depende la fuerza centrípeta del radio?

En este experimento se encontró que la fuerza centrípeta sobre un objeto que gira en movimiento circular es directamente proporcional al radio (r) del círculo y proporcional al cuadrado de la velocidad angular ω . Esto puede resumirse como:

$$F_c = mr\omega^2 \quad (14.2)$$

Donde m es la masa del objeto en movimiento circular. Así, una gráfica de F en función de ω^2 da como resultado una línea recta con una pendiente igual a mr .

Núm	Fuerza (N)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Media	–

Tabla 14.3: Fuerzas.

Núm	Radio (cm)	Avg F (N)
1	20	
2	25	
3	30	
4	35	
5	40	
6	45	

Tabla 14.4: Radio y fuerza promedio.

Dependencia del radio y la fuerza centrípeta

1. Reposicionar la masa al tope con el extremo de la varilla, como ocurrió en la primera parte del experimento. Medir la distancia desde la parte superior de la masa hasta el centro de rotación. ¿Por qué este no es el radio correcto para usar en la ecuación?
2. Retirar el péndulo y la barra del sensor de fuerza y usar una balanza para encontrar su masa.
3. Utilizar esta masa y la pendiente de la gráfica para encontrar el radio efectivo (r).
4. ¿Cómo se compara el radio efectivo calculado con la longitud medida en la parte 1, arriba?
5. Usar un trozo de cuerda para equilibrar el péndulo y encontrar el centro de masa.

Cuestionario

1. Un automóvil deportivo viaja a través de una curva sin peralte de radio R . Si el coeficiente de fricción estática (ver Capítulo 13) entre los neumáticos y la carretera es m_s , ¿cuál es la rapidez máxima v_{max} con la que el conductor puede tomar la curva sin derrapar?
2. Una curva de 30 m de radio está peraltada de manera que un auto puede tomarla a 15 m/s. Hallar la pendiente de la curva.

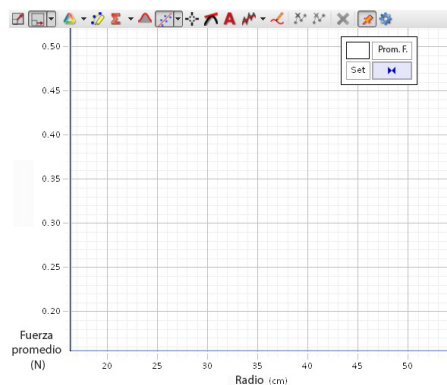


Figura 14.5: Dependencia del radio y la fuerza centrípeta.

3. Una esfera b está unida al extremo de un hilo de 24 cm de longitud cuyo otro extremo es un punto fijo O . La esfera describe una circunferencia horizontal de radio C_B . Hallar la velocidad de la esfera sabiendo que el hilo forma un ángulo de 30 grados con la vertical.
4. Un cuerpo de 2 kg está unido a una cuerda que describe una circunferencia vertical de 3 m de radio. Hallar: a) la velocidad mínima V_t que debe tener el cuerpo en la posición más alta para que la cuerda permanezca estirada; b) la mínima velocidad V_b en la posición más baja para que la cuerda siga tirante cuando el cuerpo se dirige hacia la posición superior de la circunferencia y c) La tensión T_b en la cuerda cuando el cuerpo está en la posición inferior de la circunferencia moviéndose a la velocidad crítica V_b .



15. Conservación de la energía

Introducción¹

A lo largo de la historia de la física, los principios fundamentales de la física se han mantenido invariables, como es el caso de la conservación de la energía: la energía no se crea ni se destruye, solo se transforma; es decir, la cantidad total de energía de un sistema aislado es constante a lo largo del tiempo, aunque pueda transformarse en otra forma de energía. Aún más, les llamamos “sistemas conservativos” a aquellos sistemas mecánicos en los que se conserva la energía y “sistemas no conservativos” a aquellos que pierden (disipan) energía, por ejemplo, la fricción. Es de suma importancia aprender este principio ya que es muy útil pues ayuda a explicar desde fenómenos muy sencillos, como por ejemplo, la conversión de energía eléctrica en energía calorífica mediante un calefactor, hasta fenómenos más complejos, como las reacciones termonucleares o el movimiento de las galaxias, entre otros.

Objetivo

Se verifica fenomenológicamente la conservación de energía en el movimiento de oscilación de un péndulo.

¹Basado en PASCO-Scientific/P30 [26].

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Medir la rapidez con la que se mueve el péndulo.
3. Medir la altura.
4. Medir indirectamente la energía potencial y la energía cinética.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Las carreteras en la montaña rara vez suben en línea recta la ladera de la montaña, sino que la suben serpenteando gradualmente. Explica por qué.
2. ¿Cuál es la diferencia entre energía cinética y la energía potencial?
3. Supongamos que un día se descubre que la ley de conservación de energía es incorrecta. Si este fuera el caso, describe de manera cualitativa cómo crees que funcionaría un automóvil.
4. ¿Cuál es la diferencia entre fuerzas conservativas y no conservativas? Da un par de ejemplos.
5. ¿Cuál sería el diagrama de energía para un péndulo simple?

Fundamento teórico²

Cuando un péndulo oscila, la energía potencial se transforma en energía cinética, y luego de nuevo en energía potencial, ya que la velocidad y la elevación del péndulo varían durante el movimiento. En este experimento, el movimiento del péndulo se mide por el sensor de movimiento giratorio. La altura h del péndulo se calcula usando el ángulo θ y la longitud del péndulo L . Usando trigonometría se puede demostrar que:

$$h = L(1 - \cos \theta) \quad (15.1)$$

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento giratorio	PS-2120A
1	Set de densidades	ME-8569
1	Abrazadera múltiple	ME-9507
1	Abrazadera de mesa	ME-9472
1	Barra de 90 cm	ME-8738
1	Barra de 45 cm	ME-8736
1	Cuerda	SE-8050
1	Balanza	SE-8723
1	Metro de madera	SE-8827

Tabla 15.1: Material.

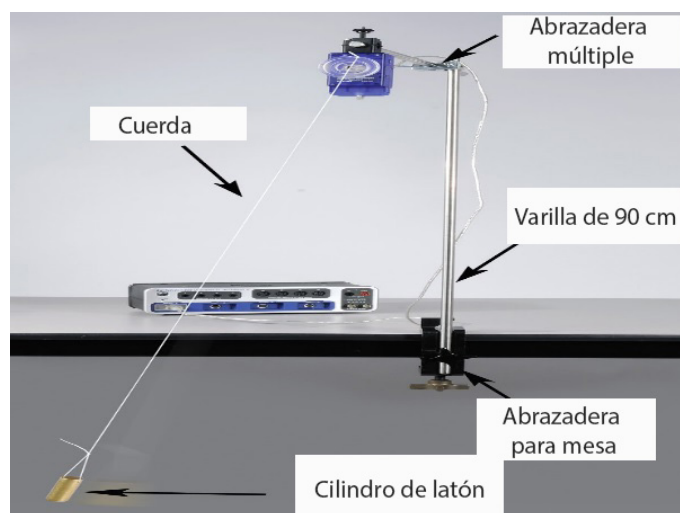


Figura 15.1: Péndulo simple.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>

1. Fijar la abrazadera y la varilla de 90 cm a la mesa como se muestra en la Figura 15.1. Utilizar la abrazadera múltiple y la varilla de 45 cm para suspender el sensor de movimiento.

- Utilizar una balanza para determinar la masa del cilindro de latón del conjunto de densidad.
- Cortar un pedazo de cuerda de aproximadamente 1.5 m de longitud y enhebrar un extremo a través de ambos agujeros de la polea del sensor de movimiento giratorio como se muestra en la Figura 15.2. Hacer un nudo en la parte superior para evitar que la cuerda se retraiga.

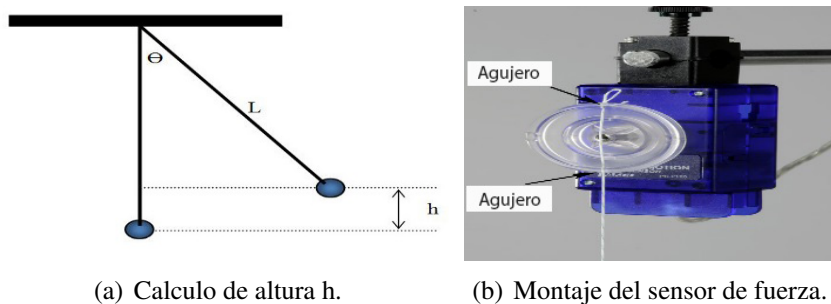


Figura 15.2: Cuerda a través de la polea.

- Atar la masa al otro extremo de la cuerda. La cuerda debe ser lo más larga posible, sin que la masa toque el suelo. Con la mayor exactitud posible, determinar la longitud L de su péndulo. Medir desde el centro de rotación hasta el centro de la masa cilíndrica.

Calculando la rapidez del contrapeso

Utilizar la plantilla del software Capstone de PASCO como alternativa para realizar los cálculos de la rapidez.

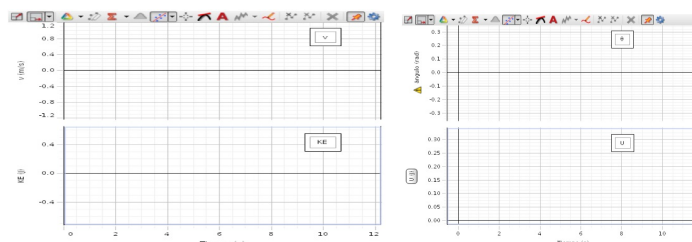
- Abrir la herramienta *calculadora* y sustituir los valores que se encuentran por defecto por los valores medidos para el péndulo de este experimento.
- Cálculo 2 para la masa m .
- Cálculo 3 para la longitud L .
- Cálculo 4 utiliza la relación entre la velocidad tangencial v y la velocidad angular de rotación ω , es decir, $v = \omega r$, donde el radio r es igual a L , la longitud del péndulo. La velocidad de rotación angular ω se calcula tomando la derivada del ángulo θ .

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

- Verificar que el péndulo está absolutamente inmóvil y comenzar a grabar.
- Inmediatamente mover el péndulo lateralmente y soltarlo suavemente. Se sugiere que el ángulo sea de alrededor de 30° , pero es recomendable hacer varias tiradas con diferentes ángulos y verificar los resultados.
- Solo son necesarias 2 o 3 oscilaciones, luego detener la grabación.

4. Los datos deben estar completamente libres de picos. Si el péndulo no se libera suavemente, habrá oscilaciones secundarias no deseadas. Repetir hasta que se obtenga una buena y suave ejecución.
5. Utilizar la herramienta *coordenadas* para medir la velocidad máxima del péndulo.
6. Usando esta velocidad y la masa del péndulo, calcular la energía cinética máxima.
7. Medir la energía cinética del gráfico para el mismo tiempo y comparar.

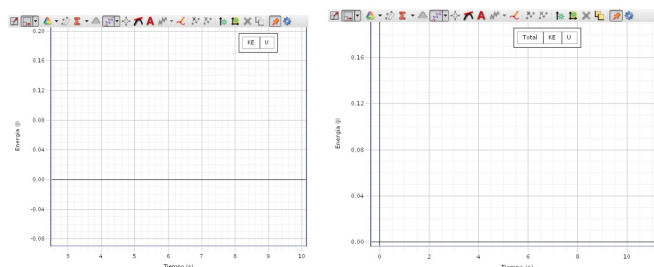


(a) Energía cinética.

(b) Montaje del sensor de fuerza.

Figura 15.3: Energía cinética.

8. Utilizar la herramienta *coordenadas* para medir el ángulo máximo del péndulo.
9. Usando la ecuación 15.1, calcular la altura resultante, h .
10. Usando esta altura y la masa del péndulo, calcular la energía potencial máxima.
11. Medir la energía potencial del gráfico para el mismo tiempo y comparar.
12. ¿Cómo se compara esta energía potencial máxima con la energía cinética máxima de la página anterior?, ¿cómo deben ser?
13. En la gráfica 15.4 se muestra tanto la energía cinética como la energía potencial. En general, ¿qué se puede decir acerca de estas dos curvas? Por ejemplo, cuando una de las energías disminuye, ¿qué le sucede a la otra?
14. Usando anotaciones, marcar dónde el péndulo está en la parte superior de la oscilación y dónde está en la parte inferior.
15. Este gráfico incluye la energía total ($K + U$).
¿Qué se puede concluir sobre las transformaciones y la conservación de la energía para el movimiento de un péndulo?
16. En general, ¿la energía total tiende a disminuir o a aumentar?, ¿cuál es la razón?



(a) Energía total.

(b) Energía total, cinética y potencial.

Figura 15.4: Graficando la energía total, cinética y potencial.

Cuestionario³

1. Se lanza un balón verticalmente hacia arriba con rapidez inicial v_0 . Si no se desprecia la resistencia del aire, se encuentra que cuando el balón regresa a su altura inicial, entonces su rapidez será menor que v_0 . Explica esto usando conceptos de energía.
2. Una montaña rusa eleva lentamente un carro lleno de pasajeros a una altura de $y = 25$ m, desde donde se acelera cuesta abajo. Despreciando la fricción en el sistema, ¿a qué velocidad llegará el carro al fondo?
3. Un flujo de cenizas de un volcán se mueve a través de un terreno horizontal y encuentra una pendiente de 10 grados hacia arriba. Se observa que avanza 920 m por la pendiente antes de llegar al reposo. El flujo contiene gases atrapados, de modo que la fuerza de fricción con el terreno es muy pequeña y puede despreciarse. ¿A qué rapidez se movían las cenizas en el momento antes de llegar a la pendiente?

³Basado en Halliday, Resnick y Krane [7].



16. Las colisiones en una dimensión

Introducción¹

Para entender la interacción entre diferentes objetos, por ejemplo, el movimiento de las bolas en el billar o la energía cinética liberada al momento del choque de un meteorito con la Tierra, es necesario introducir los conceptos de colisiones y conservación de energía. Estos principios son válidos incluso en los grandes colisionadores de partículas, en los cuales se alcanzan velocidades cercanas a la de la luz.

Objetivo

En este experimento se medirá el momento lineal y la energía cinética para comparar los valores antes y después de las colisiones elásticas e inelásticas.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Verificar la conservación del momento lineal en una dimensión para colisiones elásticas y la no conservación del momento lineal en colisiones inelásticas.
3. Revisar si hay conservación de la energía cinética en una dimensión para colisiones elásticas e inelásticas.

¹Basado en PASCO-Scientific/P33 [27].

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Explica la diferencia entre una colisión elástica y una colisión inelástica.
2. Después de una colisión, los pasajeros que no usaban cinturón de seguridad son lanzados a través del parabrisas. ¿Por qué?
3. Un camión (A) choca de frente contra un automóvil (B). ¿Cuál fuerza tiene mayor magnitud entre A o B, o son iguales? ¿Su respuesta depende de la rapidez de cada vehículo antes del choque o de la masa de cada uno de los vehículos? ¿Por qué?

Fundamento teórico²

Las colisiones elásticas e inelásticas se realizarán haciendo uso de dos carros con masas diferentes, los cuales utilizan topes magnéticos en la colisión elástica y parachoques de velcro en la colisión inelástica. Las variables dependientes tal como el momento y la energía serán medidas. Como se vio anteriormente, el momento lineal (cantidad de movimiento) de un carro depende de su masa y velocidad.

$$\text{Momento} = p = mv \quad (16.1)$$

La dirección del momento es la misma que la dirección de la velocidad. Durante una colisión, el momento total del sistema de los dos carros se conserva debido a que la fuerza neta sobre el sistema de los dos carros es cero. Esto significa que el momento total justo antes de la colisión es igual a la cantidad de movimiento total justo después de la colisión. Si el momento de uno de los carros disminuye, el momento del otro carro deberá de aumentar en la misma cantidad. Esto es cierto independientemente del tipo de colisión, e incluso en los casos en que la energía cinética no se conserva.

Por otro lado, la energía cinética de cada carro depende de su masa y velocidad. La energía total del sistema de los dos carros se encuentra sumando las energías cinéticas de cada uno de los carros, la cual se puede calcular a través de la siguiente expresión:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (16.2)$$

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
2	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Sistema dinámico con dos carros	ME-6955
1	Parachoques elástico	ME-8998
1	Balanza	SE-8723

Tabla 16.1: Material.

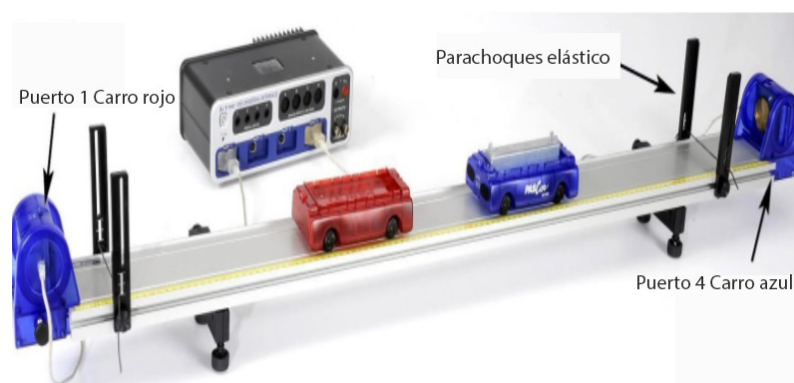


Figura 16.1: Material de práctica.

Nota: la velocidad de cada carro se mide usando el sensor de movimiento.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Instalar amortiguadores elásticos y patas ajustables, como se muestra en la Figura 16.1.
2. Usar una balanza para medir la masa de ambos carros con la barra de masa extra.
3. Colocar los sensores de movimiento a la pista. Mantener la orientación mostrada (ver Figura 16.1) con el sensor de movimiento del carro rojo conectado al puerto P1 y el sensor de movimiento del carro azul conectado al puerto P4 de la interfaz.

4. Nivelar la pista colocando los tornillos de nivelación en la parte inferior de la misma. Cuando se coloca un carro en reposo en la pista, se debe empujar en cada dirección. No debería acelerar en ninguna dirección.
5. Orientar los carros de modo que los extremos del velcro se junten entre sí, como se muestra en la Figura 16.2.
6. El programa Capstone está configurado de modo que las velocidades de los dos carros son positivas a la derecha, cuando los carros se están alejando del sensor conectado al puerto P1. Comenzar la grabación y empujar los carros hacia la derecha. Verificar que se están consiguiendo buenos datos, limpios y con velocidad positiva. Abrir la calculadora para ver los cálculos 1 y 2, donde se establecen estas señales: M_{rojo} es la masa del carro rojo y M_{azul} es la masa del carro azul.

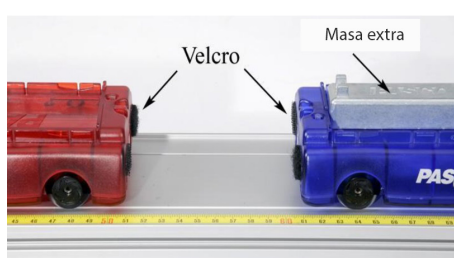


Figura 16.2: Configuración colisión inelástica.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 min.

1. Colocar el carro azul (con la barra de masa extra) a unos 40 cm de su sensor de movimiento y el carro de color rojo alrededor de 20 cm de su sensor de movimiento.
2. Comenzar a grabar y empujar el carro rojo hacia el azul. Existe una condición de parada automática que debe detener la toma de datos cuando el carro azul está más cerca de 20 cm del sensor.
3. Obtener datos limpios y suaves (sin picos) antes y después de la colisión. Abrir el resumen de datos y cambiar el nombre de esta ejecución a *inelástico*.
4. Hacer uso de la herramienta *coordenadas*; medir la velocidad del carro rojo justo antes y después de la colisión.
5. Calcular la cantidad de momento total antes y después de la colisión. ¿Qué se puede concluir?, ¿se conservó el momento?
Calcular la velocidad antes y después $V_{rojo}(t = inicial) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $V_{rojo}(t = final) = \underline{\hspace{2cm}}$, así como el momento antes y después $P_{inicial} = \underline{\hspace{2cm}}$ y $P_{final} = \underline{\hspace{2cm}}$
6. Invertir los dos carros de modo que los extremos con los imanes se toquen entre sí, pero mantener el carro rojo cerca del sensor de movimiento conectado al P1.
7. Colocar los carros en la pista como antes, comenzar a grabar y empujar el carro rojo hacia el azul. Obtener buenos datos y nombrar esta ejecución como *elástica*.

8. Al igual que en el punto 4, hacer uso de la herramienta *coordenadas*, medir la velocidad del carro rojo justo antes y después de la colisión.
Nota: No se debe ignorar el signo de la velocidad.
9. Medir la velocidad del carro azul justo después de la colisión.
10. Al igual que en el punto 5, calcular la cantidad de movimiento total antes y después de la colisión. ¿Qué se puede concluir?, ¿se conservó el impulso?
11. ¿Fue más difícil de determinar cuándo medir para la colisión elástica?
¿Por qué las curvas son más redondeadas en el punto de colisión?

$$V_{rojo}(t = \textit{antes}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$V_{rojo}(t = \textit{después}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$V_{azul}(t = \textit{después}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P(t = \textit{antes}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P(t = \textit{después}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

12. Abrir la ventana de la calculadora y observar el cálculo del paso 3 que calcula automáticamente la cantidad de movimiento total de los dos carros para toda la serie de datos. Se pueden reemplazar las masas aproximadas de los carros (cálculos 4 y 5) por sus valores reales.
13. En el gráfico que se muestra en el software, utilizar el botón *ejecución* para mostrar los datos de la colisión inelástica.
14. Examinar el gráfico de movimiento para ver lo que sucede antes, durante y después de la colisión. ¿Se ve cómo el momento se conserva?
15. Repetir el procedimiento para la colisión elástica.
16. Abrir la calculadora y observar el cálculo 6 que calcula automáticamente la energía cinética total de los dos carros para toda la serie de datos.
17. Utilizar el selector de ejecución para mostrar los datos de la colisión inelástica.
18. Examinar el gráfico de la energía cinética para ver lo que sucede antes, durante y después de la colisión. ¿Parece que la energía se conserva? ¿Dónde se disipa la energía?
19. Seleccionar un punto antes y después de la colisión y calcular la energía cinética por sí misma. ¿El valor calculado corresponde al de la gráfica?
20. Seleccionar la colisión elástica. Explicar esta curva. ¿Qué ocurre con la energía cinética durante la colisión? ¿Por qué disminuye durante la colisión y luego regresa? ¿Hacia dónde se disipa?
21. Colocar en posición los dos carros de modo que tengan el velcro con los extremos juntos entre sí. Presionar el émbolo en el carro rojo a la posición 3.
22. Colocar los dos carros en contacto entre sí en el centro de la pista.
23. Iniciar la grabación y pulsar el botón de disparo (ver Figura 16.2) para poner en marcha los carros.
24. Obtener los mejores datos y nombrar esta ejecución como *colisión*.

Analizando la colisión

1. ¿Cuál fue el momento total de ambos carros antes de la colisión?

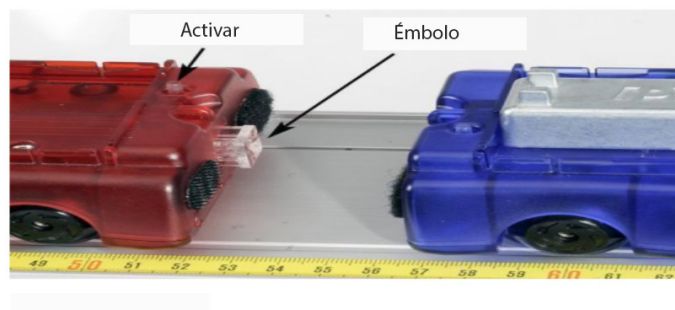


Figura 16.3: Carro de colisión.

2. ¿Cuál fue el momento total de ambos carros después de la colisión?
3. ¿Cuál fue la energía cinética total de ambos carros antes de la colisión?
4. Después de la colisión, ¿es la energía cinética total de los 2 carros la misma que antes?
5. Ahora bien, utilizar el selector de datos para mostrar gráficos de movimiento y la energía de la colisión. ¿Respondiste las preguntas anteriores correctamente?

Cuestionario³

1. Considera un automovilista que viaja a una rapidez constante de 100 km/hr. El conductor, al quedarse dormido, se impacta contra un árbol. Calcula la desaceleración que sufre el conductor al momento del impacto al reducir su rapidez a 0 km/hr. Cuantitativamente compara este valor de desaceleración con el valor de g .
2. Un estudiante propone un diseño para una defensa contra choques de automóviles que consiste en un resorte con masa despreciable capaz de detener una vagoneta de 1700 kg que se mueve a 20 m/s. Para no lastimar a los pasajeros, la aceleración del automóvil al frenarse no puede ser mayor que 5 g . a) Calcula la constante de resorte k requerida y la distancia que el resorte se comprimirá para detener el automóvil. No consideres la deformación sufrida por el automóvil, ni la fricción entre el automóvil y el piso. b) ¿Qué desventajas tiene este diseño?

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].



17. Péndulo balístico

Introducción¹

En este experimento recreamos una de las técnicas para calcular la rapidez inicial de una bala. Después de que la bala sale del cañón, sufre un choque inelástico con el péndulo para absorber su energía cinética. Algunas aplicaciones son los lanzamientos de proyectiles y los disparos con arma de fuego.

Objetivo

En este experimento se utiliza el péndulo balístico para medir la velocidad de salida de un balín disparado por un lanzador de proyectiles. Se utilizan las leyes de conservación del momento y la conservación de la energía para derivar la ecuación de la velocidad de salida del balín.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Calcular la velocidad inicial del proyectil.
3. Estudiar la conservación de energía.
4. Estudiar la conservación de cantidad de movimiento.

¹Basado en PASCO-Scientific/P35 [28].

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Para un proyectil, ¿se cumplen las leyes de conservación de momento y energía?
2. ¿Cuál puede ser la relación entre el movimiento del proyectil y el del péndulo?
3. Un choque elástico en un sistema aislado es uno en el que se conserva la energía cinética (al igual que el momento lineal). Las bolas de billar casi no se deforman al chocar y pronto recuperan su forma original. Por ello, la fuerza de interacción entre las bolas es casi perfectamente conservativa, y el choque es casi perfectamente elástico. Como ejercicio, y antes de la práctica, grabar un video que ejemplifique los choques donde se conserve la energía y la cantidad de movimiento.

Fundamento teórico²

El péndulo balístico históricamente ha sido utilizado para medir la velocidad de lanzamiento de un proyectil de alta velocidad. En este experimento, un lanzador de proyectil dispara un balón de acero a una velocidad de lanzamiento v_o . La energía cinética del balón es transferida al péndulo de masa m_p .

Después de que el impulso de la bola se transfiere al sistema receptor-bala, el péndulo oscila libremente hacia arriba, levantando el centro de masa del sistema a una altura h . La barra del péndulo es hueca para mantener baja masa, y la mayor parte de la masa se concentra en el extremo de manera que todo el sistema se aproxima a un péndulo simple.

Durante el choque de la esfera con el receptor, el momento total del sistema se conserva. Así pues, el momento de la bala justo antes de la colisión es igual al momento del sistema de esfera-receptor inmediatamente después de la colisión:

$$m_b v_o = M v \quad (17.1)$$

Donde v es la velocidad del sistema colector-esfera justo después de la colisión, y M es la masa combinada de esfera + receptor:

$$M = m_b + m_p \quad (17.2)$$

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37]

En la colisión, un porcentaje de la energía cinética inicial de la pelota se convierte en energía térmica. Después de la colisión, debido a que el péndulo oscila libremente hacia arriba, podemos suponer que la energía se conserva y que toda la energía cinética del sistema colector-esfera se transforma en aumento de energía potencial gravitatoria:

$$\frac{1}{2}Mv^2 = Mgh \quad (17.3)$$

Donde la distancia h es la elevación vertical del centro de masa del sistema péndulo-esfera. Combinando las ecuaciones 17.1 a 17.3 para eliminar v , se obtiene la ecuación:

$$v_o = \frac{M}{m_b} \sqrt{2gh} \quad (17.4)$$

La altura del péndulo h se calcula usando el ángulo θ y la longitud del péndulo L como se muestra en la Figura 17.1a. Con el uso de trigonometría se puede demostrar que:

$$h = L(1 - \cos \theta) \quad (17.5)$$

La longitud del péndulo L se mide desde el punto del pivote hacia el centro de masa del péndulo. Dado que en esta práctica el péndulo no es un punto de masa, el centro de masa se determina equilibrando el péndulo en un borde.

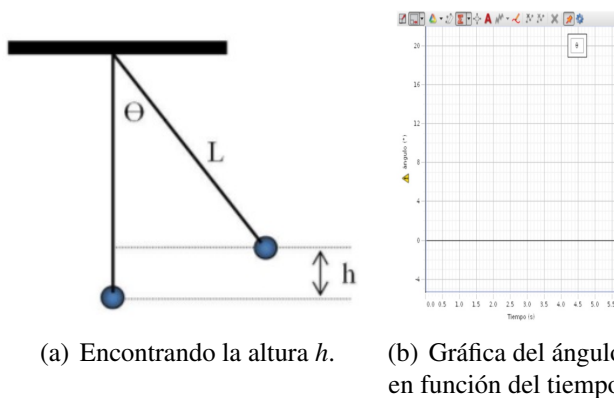


Figura 17.1: Péndulo.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento rotatorio	PS-2120a
2	Sensor fotoc compuerta	ME-9498A
1	Soporte de montaje	ME-6821A
1	Abrazadera grande de mesa	ME-9472
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Mini launcher-mini cañón	ME-6825A
1	Péndulo balístico	ME-6829
1	Metro de madero	SE-8827
1	Balanza	SE-8723

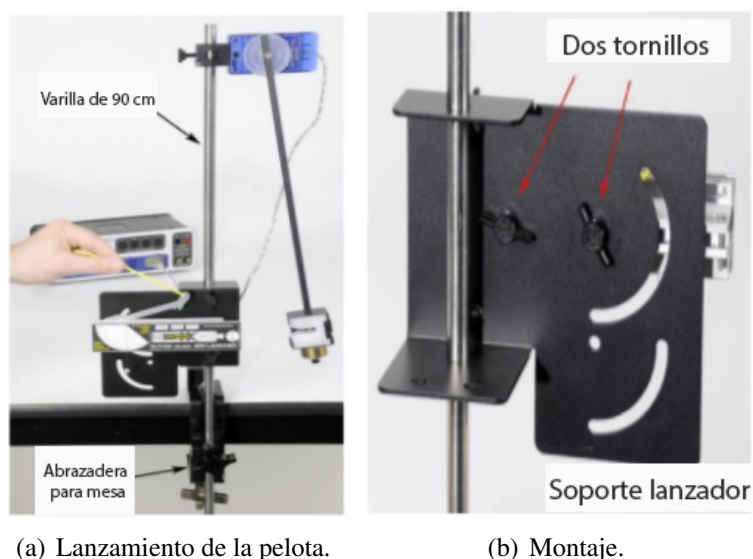
Tabla 17.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

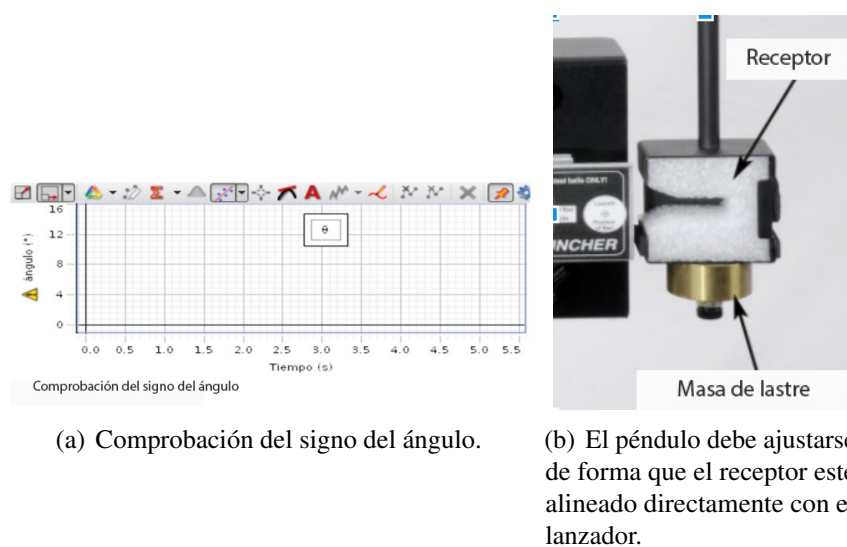
1. Colocar la abrazadera de la tabla con la varilla de 90 cm a la mesa (ver Figura 17.2).
2. La Figura 17.2b muestra el lado posterior del soporte lanzador. Fijar el lanzador en el soporte utilizando los 2 tornillos a través de los dos orificios. No utilizar las ranuras curvadas.
3. Deslizar el soporte lanzador sobre la varilla y asegurarla con los dos tornillos en la parte frontal como se muestra.
4. Colocar la masa de 100 g en la parte inferior del colector de péndulo (ver Figura 17.3b).
5. Deslizar el sensor de movimiento rotatorio en varilla de 90 cm y adjuntar el péndulo a la polea. Conectar el sensor a la interfaz.
6. Comenzar a grabar; girar el péndulo a cierta distancia del lanzador. El ángulo debe ser positivo. Se puede cambiar el signo del ángulo mediante el sensor de giro desde el otro lado, o se puede cambiar el signo de las propiedades para el sensor.
7. Ajustar la posición del sensor de giro de modo tal que el receptor cuadrado en la parte inferior del péndulo se alinee con el lanzador.
8. Si se aflojan los dos tornillos en la parte posterior del lanzador, este se puede deslizar horizontalmente. Deslizar el lanzador de modo que casi toque el receptor del péndulo. Verificar que el lanzador esté listo para un ángulo de lanzamiento de cero grados y luego volver a apretar los tornillos de mariposa.



(a) Lanzamiento de la pelota.

(b) Montaje.

Figura 17.2: Partes del material.



(a) Comprobación del signo del ángulo.

(b) El péndulo debe ajustarse de forma que el receptor esté alineado directamente con el lanzador.

Figura 17.3: Montaje del equipo.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Para cargar el lanzador, poner el péndulo fuera del camino, colocar la esfera en el extremo del cañón y, utilizando una varilla de empuje, impulsar la pelota por el cañón hasta que el disparador atrape en la tercera posición (de largo alcance).

2. El péndulo volverá a su posición normal; esperar hasta que deje de moverse.
3. Comenzar la grabación e inmediatamente lanzar la esfera de manera que sea atrapada por el péndulo. Existe una condición de parada para detener la grabación de datos.
4. Si la esfera no está atrapada, comprobar la alineación.
5. Registrar el ángulo máximo en la tabla y repetir varias veces. Tener en cuenta que se calcula el valor medio.
6. Repetir hasta que se obtenga un buen valor medio para el ángulo; a continuación, registrar este ángulo en la casilla del software.
7. Retirar el péndulo del sensor de giro y medirlo con el metro de madera como se muestra en la Figura 17.4. Tomar en cuenta que la esfera está todavía en el receptor.
8. Encontrar el punto en el que el colector se extiende tan lejos como sea posible a lo largo del borde del metro de madera. Cuando se equilibre correctamente, el centro de masa estará directamente sobre el extremo del palo.
9. Registrar L , la distancia desde el centro de masa hacia el pivote (tornillo). Medir esto varias veces y estimar su incertidumbre.
10. Utilizar el valor promedio para la L y la ecuación 17.5 para calcular la altura h .
11. Retirar la esfera del receptor y, utilizando una balanza, medir la masa del péndulo (sin la esfera) y la masa de la pelota.

Núm.	Ángulo (grados)	L (cm)	Velocidad (cm/s)
1			
2			
3			
4			
5			
Promedio			
Δ			

Tabla 17.2: Péndulo balístico.

12. Usar la ecuación 17.4. Calcular la velocidad de lanzamiento, v_o , de la pelota. Estimar el error en su valor y reportarlo en la bitácora.

$$\text{Ángulo}_{promedio} =$$

$$L_{promedio} =$$

$$h =$$

$$m_b =$$

$$m_p =$$

$$v_o =$$

13. Acoplar la fotocpuerta al lanzador utilizando el soporte de la fotocpuerta como se muestra en la Figura 17.5. Deslizar el soporte para que la fotocpuerta número uno esté lo más cercana al final del lanzador.
14. Verificar que la fotocpuerta números uno y dos estén conectadas a la entrada digital número uno y dos, respectivamente.
15. Colocar el balón en el lanzador y comprimir el cañón hasta el tercer nivel.

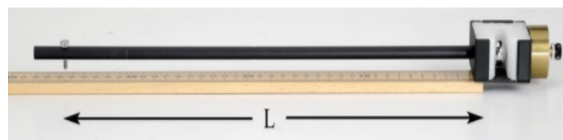


Figura 17.4: Medición del equipo.



Figura 17.5: Partes del equipo.

16. Verificar que no haya nadie en el trayecto que seguirá el balón. Grabar y lanzar la pelota. Hay una condición de parada que debe detener la grabación de datos.
17. La velocidad medida se muestra en el medidor digital. Registrar este valor en la Tabla 17.2 y repetir varias veces. Tomar en cuenta que se calcula el valor medio.
18. Repetir hasta que se obtenga un buen valor medio para la velocidad de lanzamiento. Incluir la incertidumbre en el valor obtenido.
19. Comparar el valor calculado utilizando el cálculo de error. ¿Los dos resultados están dentro de la incertidumbre?

Cuestionario³

1. Actualmente, ¿cuáles son las pruebas que se utilizan para calcular la rapidez inicial de una bala o de un misil?
2. Choque de asteroides. Dos asteroides de igual masa pertenecientes al cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter chocan de manera oblicua. El asteroide A, que inicialmente viajaba a 40 m/s, se desvía 30 grados con respecto a su dirección original, mientras que el asteroide B viaja a 45 grados con respecto a la dirección original de A (Figura 17.6). a) Calcule la rapidez de cada asteroide después del choque. b) ¿Qué fracción de la energía cinética original del asteroide A se disipa durante el choque?

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].

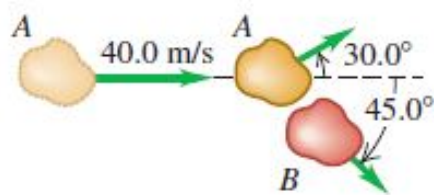


Figura 17.6: Pregunta del cuestionario acerca del choque de asteroides.



18. Energía cinética rotacional

Introducción¹

Galileo Galilei utilizó el plano inclinado para estudiar la aceleración debido a la *gravedad* (atracción que ejerce la Tierra sobre otros objetos). A finales del siglo XVIII, el inglés George Atwood ideó otro mecanismo para aletargar el movimiento de los objetos en caída libre. El gran problema radica en medir el tiempo y la distancia en escalas muy pequeñas, pero actualmente este problema técnico fue superado con la ayuda de la tecnología, como las cámaras que algunos teléfonos ya tienen, que pueden generar videos de alta calidad y con decenas de cuadros por segundo, así como software que hace el procesamiento del video.

La máquina de Atwood fue diseñada para investigar la caída libre y así realizar las mediciones necesarias de distancia, tiempo, rapidez y aceleración. La máquina de Atwood consta de una polea fija y una cuerda inelástica (con masa despreciable) que pasa por la polea y de cuyos extremos cuelgan dos masas. Esta máquina es un buen ejemplo de la aplicación de la segunda ley de Newton, así como de la conservación de la energía.

Objetivo

En esta práctica se medirá la distancia, tiempo y rapidez para cuantificar las energías potencial, cinética y rotacional para una máquina de Atwood (ver Fig. 18.1).

¹Basado en PASCO-Scientific/P38 [30].

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Medir la energía rotacional y verificar si se conserva.
3. Medir y estudiar la conservación de momento angular.
4. Medir la velocidad angular del disco, así como la velocidad tangencial (lineal) de la polea de tres pasos.
5. Calcular el valor de g .

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Considera dos llantas de bici, una de rin 15 y otra de rin 20 ¿Cuál tendrá mayor velocidad angular?

Fundamento teórico²

La energía cinética rotacional de un objeto en rotación depende de la inercia de rotación I (también llamada Momento de inercia) y la rapidez angular ω :

$$K = \frac{I\omega^2}{2} \quad (18.1)$$

Para un disco de radio R y masa M la inercia de rotación es calculada a partir de integrales triples, obteniendo el siguiente resultado:

$$I = \frac{MR^2}{2} \quad (18.2)$$

En la máquina de Atwood modificada, a medida que la masa (m_2) cae, la masa (m_1) se eleva, siempre y cuando $m_2 > m_1$. Por otro lado, la energía potencial gravitatoria combinada de las dos disminuye, por lo que esta energía se convierte en la energía cinética del sistema. Esto incluye no solo la energía cinética lineal de las dos masas colgantes, sino también la energía cinética de rotación del disco giratorio (polea).

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento rotatorio	PS-2120a
1	Accesorios de rotación	CI-6691
1	Juego de masas y ganchos de soporte	ME-8979
1	1 metro de cuerda	SE-8050
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Abrazadera múltiple	ME-9507
1	Base de la varilla grande	ME-8735
1	Almohadilla antirebote	SE-7347
1	Pinza	SE-8710
1	Metro de madera	SE-8000
1	Balanza	MH-5

Tabla 18.1: Material para la máquina de Atwood modificada.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Usar la base de la varilla como se muestra en la Figura 18.1, con la varilla de 90 cm, la varilla de 45 cm y la abrazadera múltiple.
2. Colocar el sensor al final de la varilla de 45 cm y conectarlo a la interfaz.
3. Medir la masa ($m_1 = 50$ g y $m_2 = 90$ g) y el radio del disco.
4. Sujetar el disco al sensor utilizando la polea de tres pasos.
5. Atar a cada extremo de la cuerda un gancho para colgar las masas. Colocar la cuerda sobre la polea de radio grande.
6. Colocar el cojín antirebote debajo de las masas colgantes.
7. Colgar, en los ganchos de cada extremo de la cuerda, las masas de 50 g (m_1) y 90 g (m_2). Colocar en el punto más bajo a m_1 .
8. Haz clic en *Grabar* y liberar el gancho.
9. Detener la grabación justo antes de que el otro gancho golpea la almohadilla.
10. Se requiere que la velocidad sea positiva. Si no es así, cambia de posición a las dos masas, o puedes cambiar el signo de las propiedades para el sensor.
11. Tira del gancho de (m_1) hasta el nivel de la almohadilla. Medir la altura de m_2 encima de la almohadilla. Esta es la altura inicial, h_o , para calcular la energía potencial.

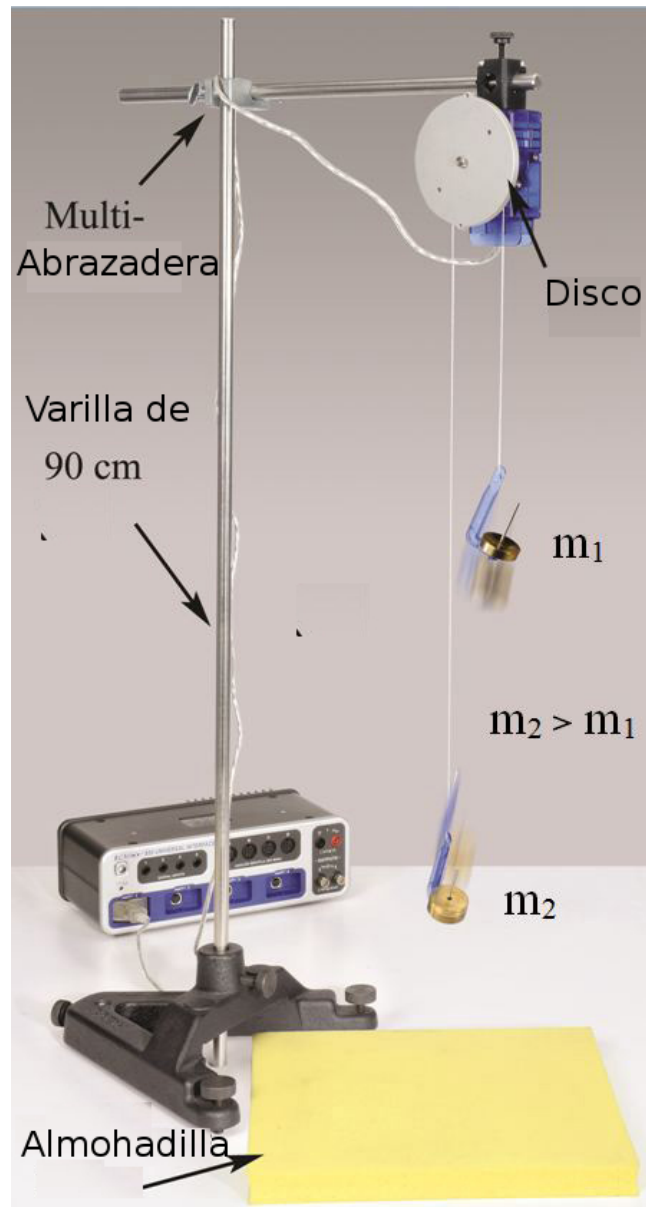


Figura 18.1: Armado del material. Máquina de Atwood modificada.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

1. En el software Capstone en la línea 6 de la calculadora muestra el cálculo incorporado para la energía potencial de las dos masas colgantes:

$$P = m_1gh + m_2g(h_o - h) \quad (18.3)$$

Donde la altura (h) la calcula directamente el sensor (longitud de arco). A medida que se desciende, el otro se mueve hacia arriba. Introduce sus valores para m_1 , m_2 , y h_o , en las líneas 3 a 5 en la calculadora.

2. Tirar del gancho más ligero (m_1) hasta el nivel de la almohadilla. Haz clic en “grabar” y liberar el gancho. Tratar de detener la grabación justo antes de que el gancho golpee la almohadilla. También puedes programar en el software una condición para detener automáticamente la grabación.
3. Obtener un conjunto (mayor o igual a diez) de datos.
4. En general, ¿qué es lo que está pasando con la energía potencial total de las dos masas colgantes?
5. ¿Qué le está pasando a la energía potencial de la masa m_1 ?
6. Observa la línea 8 de la calculadora. Se muestra el cálculo de la energía cinética de las dos masas colgantes.

$$K_{lineal} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad (18.4)$$

Donde v es la velocidad tangencial (lineal) de la cuerda sobre la polea y, por lo tanto, la velocidad de las masas colgantes.

7. Sin embargo, también el disco giratorio tiene energía cinética rotacional:

$$K_{rot} = \frac{1}{2}\omega^2 \quad (18.5)$$

Donde la velocidad angular, ω , se mide directamente por el sensor. Introduce sus valores para la masa y el radio de disco en las líneas 1 y 2 en la calculadora.

8. Mostrar la última ejecución o tomar una nueva serie de datos.
9. ¿Cuál tiene más energía cinética, las masas colgantes o el disco giratorio? ¿Por qué? ¿Qué hay que cambiar para que sea lo contrario?
10. En general, ¿qué le está sucediendo a la energía potencial del sistema en comparación con la energía cinética del sistema?
11. Busca en la línea 11 de la calculadora. Allí se muestra el cálculo de la energía total en base a la energía cinética lineal, la potencia y la rotacional $E_{tot} = K_{lineal} + P + K_{rot}$
12. ¿Se conserva la energía?
13. En caso de no tener pérdidas por fricción, ¿qué debería mostrar el gráfico?

Cuestionario³

1. Máquina de Atwood. Una carga de 15.0 kg de ladrillos pende del extremo de una cuerda que pasa por una polea pequeña sin fricción y tiene un contrapeso de 28 kg en el otro extremo (Figura 18.2). El sistema se libera del reposo.
 - a) Dibuja un diagrama de cuerpo libre para la carga de ladrillos y otro para el contrapeso.
 - b) ¿Qué magnitud tiene la aceleración hacia arriba de la carga de ladrillos?
 - c) ¿Qué tensión hay en la cuerda mientras la carga se mueve? Compara esa tensión con el peso de la carga de ladrillos y con el del contrapeso.

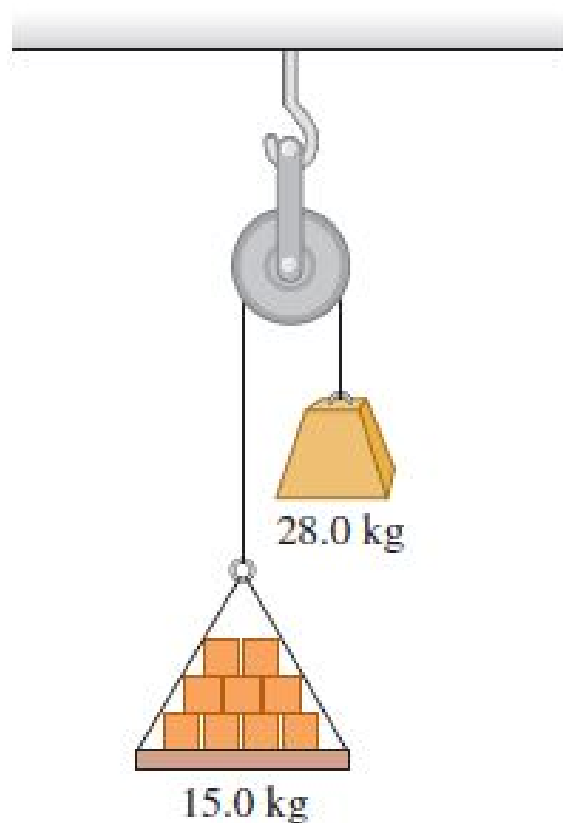


Figura 18.2: Ejercicio de cuestionario para la máquina de Atwood modificada.

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].



19. Conservación del momento angular

Introducción¹

Otro principio fundamental de la física es la conservación del momento angular, concepto igual de importante como la conservación de la energía y del momento lineal. Este principio es aplicable desde fenómenos cotidianos como una patinadora de hielo, hasta la formación del sistema solar o la formación de las galaxias, etcétera. Se define que la suma de todas las torcas (torca externa) es igual al cambio del momento angular total con respecto al tiempo. Si la torca externa neta que actúa sobre un sistema es cero, entonces el momento angular total del sistema es constante y se dice que el momento angular se conserva, el cual es el principio de conservación del momento angular.

Objetivo

En este experimento se investiga la conservación del momento angular de un anillo no giratorio que se deja caer sobre un disco giratorio.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables, así como su error.
2. Verificar que se conserva el momento angular.
3. Medir la velocidad angular del disco inmediatamente antes y después de la caída del anillo sobre el disco.

¹Basado en PASCO-Scientific/P39 [31].

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Si el torque externo neto sobre un sistema es cero, ¿cuál sería su momento angular?
2. Cuando una patinadora o bailarina gira con los brazos extendidos y luego los encoge, ¿su velocidad angular aumenta o disminuye y por qué?
3. El trabajo efectuado por una fuerza es el producto de la fuerza por la distancia recorrida. Por otro lado, el torque debido a una fuerza es el producto de la fuerza por la distancia. ¿Implica esto que el torque y el trabajo son equivalentes? Explica.
4. El trabajo efectuado por una fuerza es el producto de fuerza por distancia. El torque debido a una fuerza es el producto de la fuerza por la distancia. ¿Implica esto que la torca y el trabajo sean equivalentes? Explica por qué.

Fundamento teórico²

Cuando el anillo se deja caer sobre el disco giratorio, no hay par externo neto en el sistema. Por lo tanto, no hay cambio en el momento angular; se conserva el momento angular L :

$$L = I_i \omega_i = I_s \omega_f \quad (19.1)$$

Donde I es la inercia de rotación inicial y ω_i es la velocidad angular inicial. La inercia de rotación inicial es la de un disco alrededor de un eje perpendicular al disco y por lo tanto el centro de masa es:

$$I_i = I_D = \frac{1}{2} M_{disco} R^2 \quad (19.2)$$

Donde M_{disco} es la masa del disco y R es el radio del disco. La inercia de rotación del anillo alrededor de un eje a través de su centro de masa (cm) y paralela al eje de simetría del anillo es:

$$I_{rcm} = \frac{1}{2} M_{anillo} (R_1^2 + R_2^2) \quad (19.3)$$

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Donde R_1 y R_2 son los radios interior y exterior del anillo. Si el eje de rotación se desplaza por una distancia r desde el centro de masa, la inercia de rotación del anillo puede ser calculada a partir del teorema de eje paralelo, por lo que se tiene:

$$I_r = \frac{1}{2}M_{anillo}(R_1^2 + R_2^2) + Mr^2 \quad (19.4)$$

Toma en cuenta que la inercia de rotación final será la suma del disco inicial más el anillo. La energía cinética de rotación de un objeto esta dada por:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (19.5)$$

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento rotatorio	PS-2120a
1	Accesorios de rotación	CI-6691
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Base para varilla	ME-8735
1	Calibradores	SE-8710
1	Nivel	SE-8729
1	Balanza	SE-8723

Tabla 19.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Usar la base y la varilla de 45 cm para montar el sensor de giro como se muestra en la Figura 19.1. Insertar el sensor en la interfaz.
2. Medir la masa y radios para el disco y el anillo.
3. Conectar el disco a la polea transparente de tres pasos en el sensor de movimiento rotatorio con el tornillo.
4. Colocar el nivel sobre el disco y nivelar el sistema usando los tornillos de nivelación de la base.

Para el anillo:

$$M = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Para el disco:

$$M = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R = \underline{\hspace{2cm}}$$



Figura 19.1: Al dejar caer el anillo se mide el momento angular inicial y se compara con el momento angular final.

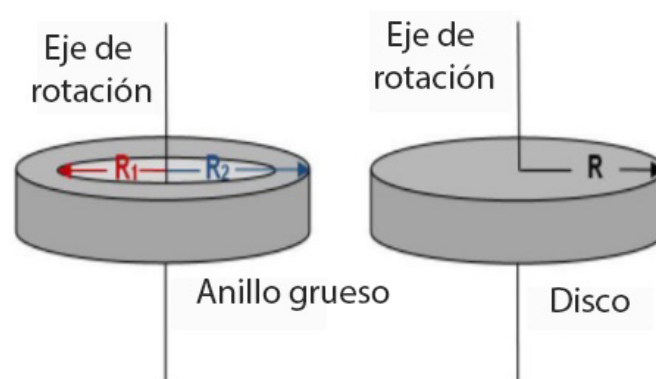


Figura 19.2: Eje de rotación del anillo y del disco.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.


1. Sostén el anillo con los pines hacia arriba, de tal forma que esté centrado sobre el disco a 2 o 3 mm por encima de él.

Nota: Si dejas caer el anillo desde muy arriba, esto genera una fuerza vertical muy grande sobre el balero del eje de rotación que producirá un aumento en la fricción del eje y, por lo tanto, un momento de torsión que reducirá la cantidad de movimiento angular. También es importante que tus dedos no toquen el anillo cuando se golpee el disco giratorio.

2. Haz girar el disco para darle una velocidad positiva de aproximadamente 30-40 rad/s. Inicia la toma de datos; después de dos segundos, suelta el anillo en el disco giratorio. Continúa grabando datos durante algunos segundos más.
3. Es difícil terminar con el anillo centrado en el disco. Mide la distancia mínima entre el anillo y el borde del disco, así como la distancia máxima directamente en el lado opuesto. La distancia x que el anillo está fuera de centro es la mitad de la diferencia entre estas dos mediciones.
4. Utilizar la herramienta *coordenadas* para medir la velocidad de rotación de los últimos datos justo antes de la colisión.
5. Medir la velocidad de rotación del primer punto de datos después de la colisión.
Nota: Existen valores previamente establecidos en la calculadora del programa para el cálculo de las ecuaciones de inercia de rotación. Edita estos valores por defecto y sustitúyelos por tu propios valores.

Cuestionario

1. Utiliza la ecuación 19.2 para calcular la inercia de giro inicial.
2. Utiliza la ecuación 19.1 para calcular la inercia de rotación final del anillo.
3. Calcula la inercia de rotación final del sistema.
4. Usar la ecuación 19.1 para calcular el momento angular inicial del sistema.
5. Calcula la cantidad de movimiento angular final del sistema y compara con un error porcentual. ¿Se conserva el momento angular?
6. Utilizar la ecuación 19.5 para calcular la energía cinética antes y después de dejar el anillo. ¿Se conserva la energía? ¿Qué ocurrió?
7. ¿Cómo puede ser que el momento angular se conserve pero la energía no?

A colorful spinning top toy is shown on a brick surface. The toy has a bulbous body with horizontal stripes in yellow, red, blue, and purple, and a pointed bottom. It is casting a shadow on the bricks.

20. Torcas y rotación

Introducción¹

En capítulos anteriores se han analizado la fuerza y la dinámica en el caso de movimiento traslacional. En los siguientes tres capítulos se experimentará la fuerza aplicada a un brazo de palanca lo cual provocará el movimiento rotacional. Cabe aclarar que las leyes de Newton están definidas en sistemas inerciales de referencia, pero si usamos un sistema de referencia en un sistema con movimiento rotacional (es decir, no inercial), entonces en las ecuaciones de Newton aparecerá un factor debido a las fuerzas ficticias, tal como la mal llamada fuerza centrífuga.

Para introducir la torca, se invita a recordar la experiencia de abrir una puerta con bisagras. Una manera sencilla es empujar el lado de la puerta más alejado de las bisagras, debido a que empujar el lado más cercano a las bisagras requiere considerablemente más fuerza, aunque se requiere hacer el mismo trabajo para abrir la puerta. En este ejemplo, la torca es mayor a medida que se aleja de la bisagra. Por otro lado, la experiencia de la aceleración angular posiblemente se ha observado en una patinadora sobre hielo, la cual aumenta su aceleración al momento de cerrar los brazos y la disminuye cuando los extiende.

Como en los casos anteriores, se puede hacer un tratamiento similar al de la segunda ley de Newton que ayuda a describir, con una buena precisión, el movimiento de rotación de los planetas, los tornados, los huracanes, entre otros.

¹Basado en PASCO-Scientific/P36 [29].

Objetivo

El estudiante analizará e interpretará las cantidades fundamentales del movimiento rotacional.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Hacer mediciones de las variables de la rotación: aceleración angular a partir de la gráfica de velocidad angular contra tiempo, así como la torca.
3. Calcular la inercia rotacional del sistema.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. Los ciclistas experimentados dicen que reducir el peso de una bicicleta es más efectivo si se hace en las ruedas que en el cuadro (marco). ¿Por qué reducir el peso en las ruedas sería más fácil para el ciclista que reducir la misma cantidad en el cuadro?
2. Los cocineros experimentados saben si un huevo está crudo o cocido haciéndolo rodar por una pendiente y atrapándolo abajo. ¿Cómo es posible esto? ¿En qué se fijan?
3. Analiza el siguiente texto: “Pero, ¿tú quieres recorrer el camino de tu tribulación, que es el camino hacia ti mismo? Si es así, ¡Muéstrame tu fuerza y tu derecho para ello! ¿Eres tú una nueva fuerza y un nuevo derecho?, ¿un primer movimiento?, ¿hay una rueda que gira por sí misma? ¿Puedes forzar incluso a las estrellas a que giren a tu alrededor?...”. Fragmento de *Así habló Zaratustra del camino del Creador* de Friedrich Wilhelm Nietzsche. ¿Cuánto de esta filosofía es física real?
4. A pesar de dejar caer un gato de espaldas, ¿por qué cae de pie?

Fundamento teórico²

Como se mencionó, las leyes de Newton se utilizan en sistemas inerciales, pero se puede hacer una comparación de las leyes de Newton para sistemas en rotación.

Equivalencia de la primera ley de Newton en rotación: si la suma vectorial de todas las torcas que actúan sobre un cuerpo (la torca neta) es cero, el cuerpo está en equilibrio y tiene aceleración angular cero. En este caso decimos que el momento angular se conserva, es decir, permanece constante.

Equivalencia de la segunda ley de Newton: la aceleración angular de un cuerpo bajo la acción de un conjunto de torcas dadas es directamente proporcional a la suma vectorial de las torcas (la torca neta) e inversamente proporcional a la inercia de rotación del cuerpo.

Equivalencia de la tercera ley de Newton: cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente torcas que en todo instante son iguales en magnitud y opuestas en dirección.

Cuantitativamente, la segunda ley de Newton establece que la magnitud de la aceleración resultante a de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta F sobre ese objeto:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (20.1)$$

Donde la constante de proporcionalidad m es la masa o inercia del objeto. También se puede escribir la segunda ley de Newton para la rotación como: la aceleración angular resultante $\vec{\alpha}$ de un objeto es directamente proporcional la torca neta $\vec{\tau}$ sobre ese objeto:

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (20.2)$$

Donde la constante de proporcionalidad I es la inercia de rotación del objeto o también conocida como momento de inercia. Introduciremos a la torca como una medida de la fuerza total (\vec{F}) que hace que un objeto gire alrededor de un eje dado un cierto brazo de palanca (\vec{r}). En una analogía, en la cinemática lineal, la fuerza neta es lo que hace que un objeto acelere, mientras que la torca neta es la acción que provoca que un objeto adquiera aceleración angular y comience a girar. Así como la fuerza es una cantidad vectorial, también lo es la torca, de hecho es el *producto vectorial (producto cruz)* del radio vector en donde se aplica la fuerza por la fuerza aplicada. La dirección de la torca depende de la dirección en que se aplica la fuerza y está dada por la ecuación:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (20.3)$$

Donde r es el radio de la polea de tres pasos y F es el peso de la masa que cuelga. Cuando los vectores r y F son perpendiculares, entonces podemos simplificar la torca a $\tau = rF$.

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento rotatorio	PS-2120a
1	Accesorios de rotación (varilla negra y 2 masas)	CI-6691
1	Polea con abrazadera	CI-6691
1	Hilo negro delgado de 75 cm	CI-6691
1	Conjunto de suspensión de masa	ME-8979
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Base para varilla	ME-8735
1	Metro de madera	SE-8000
1	Caliper (Vernier)	-
1	Balanza	SE-8723
1	Cojín antirrebote	

Tabla 20.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Usar la varilla de 45 cm y la base para apoyar el sensor de giro como se muestra en la Figura 20.1. Insertar el sensor en la interfaz.
2. Usar el caliper para medir los tres radios en la polea transparente de tres pasos.
3. Fijar la varilla negra (accesorio de rotación) a la polea (ver Figura 20.3b), con las dos masas de latón, cerca del extremo de la varilla (máximo radio).
4. En el software Capstone dar click en *grabar*; Tomar la polea clara y tratar de girar la varilla hacia atrás y hacia adelante lo más rápido posible; después de esto, detener la grabación.
5. Mover las masas de latón hacia el centro, como se muestra en la Figura 20.2, y repetir el mismo ejercicio. ¿Cuál fue más fácil de girar?
¿Qué puede decir eso acerca de la inercia de rotación?
6. Medir los radios (r) de la polea transparente de tres pasos y reportarlo en la Tabla 20.2.
7. Con el hilo de 75 cm de largo atravesar el orificio de la polea mediana y atar un nudo grande como se muestra en la Figura 20.3a.
8. El hilo naturalmente terminará en medio de la polea. Usando las ranuras de la polea se puede forzar la cuerda a que se enrolle en la polea con radio pequeño o en el radio grande, tal como se muestra en la Figura 20.3a.



Figura 20.1: Equipo completo donde se muestra que la masa que cuelga aplica una torca al eje del sensor de giro y genera la aceleración angular resultante.



Figura 20.2: Comparación cuando las masas están distribuidas en un radio grande y pequeño.

9. Acoplar y fijar la polea negra en el sensor de rotación, como se muestra en la Figura 20.3b. Se debe tomar en cuenta que la posición de la polea negra se puede fijar a un ángulo tal que: a) coincida tangencialmente con la polea clara de tres pasos, b) coincida verticalmente con la altura de la polea clara. Cada vez que se cambie a una polea de radio diferente, se tendrá que volver a ajustar tanto el ángulo como la altura. Con esto garantizamos que la torca y el radio son perpendiculares.
10. Atar el extremo del hilo a un gancho para colgar las masas. Ajustar la longitud de manera que no lleguen a alcanzar la mesa/suelo. Añadir al gancho una masa de 100 g.
11. Enrolla el hilo en la polea de tres pasos, verificando que el hilo se enrolle sin encimarse, y también cuidar de no poner demasiado hilo en la polea, solo se necesita una capa de hilo tal que el radio se mantenga constante.

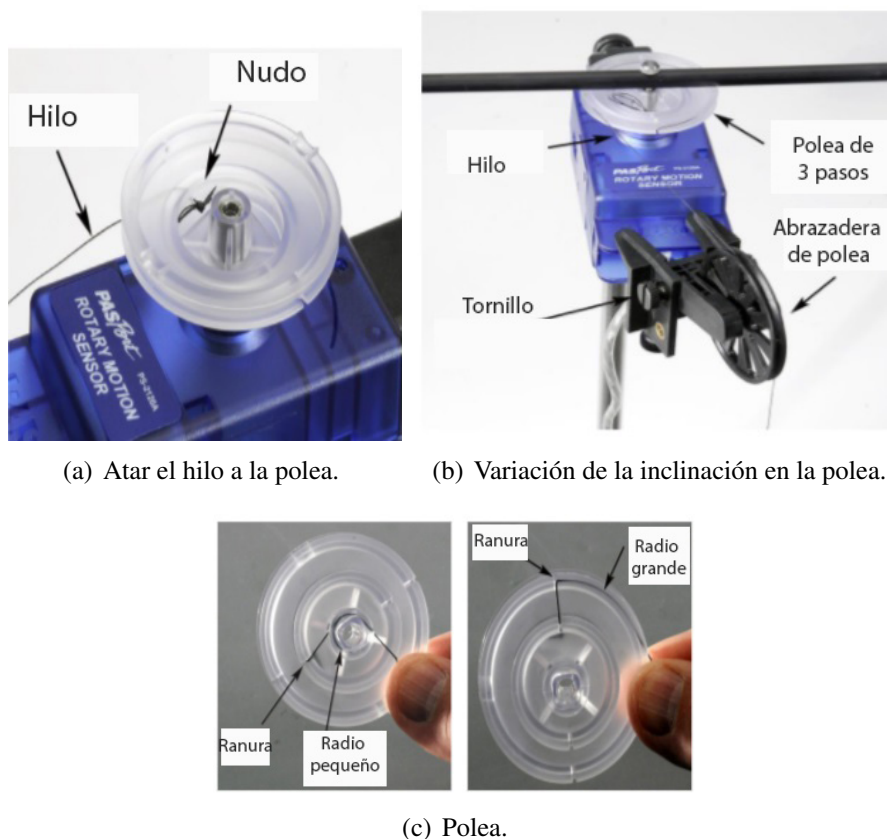


Figura 20.3: Partes y montaje del equipo.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

Resumen del procedimiento.

1. Calcular la torca aplicada por la masa que cuelga. Torca = $\tau = r * F$, donde r es la magnitud del radio vector de la polea y F es la magnitud de la fuerza (peso) de la masa de 100 g que cuelga. Se asume que los dos vectores son perpendiculares.
2. Medir la aceleración angular a partir de la gráfica de velocidad angular en función del tiempo.
3. Caso a) variando el radio (r) de la polea transparente (variando torca) y manteniendo fija la masa, el radio (R) del brazo.
4. Caso b) variando la masa (variando la torca) y manteniendo fijo el radio del brazo.
5. Caso c) variando el radio del brazo y manteniendo fija la torca.
6. Con los datos registrados en las Tablas 20.2 y 20.3 hacer ajustes por mínimos cuadrados para encontrar el valor del momento de inercia del sistema (I), así como la propagación del error de esta variable dependiente. Comparar con los valores reportados en la tablas.

1. **Caso a) variando el radio de la polea (r), es decir, variando la torca.** Usar una regla para ajustar la posición de las masas de latón en la varilla con la mayor precisión posible, de manera que el centro de masa se encuentre en un radio de 18 cm desde el centro de rotación. Usar una masa de 100 g.
2. Ajustar la polea intermedia y enrollarle un par de vueltas de hilo. Nota: verifica que las poleas deben de tener una sola capa de hilo para evitar traslapes y garantizar que el radio sea constante.
3. Dar click en *grabar*; soltar la varilla para que empiece a girar. Detener la grabación antes de que se termine el hilo.
4. Generar una gráfica de velocidad angular vs. tiempo con el objetivo de medir la aceleración angular. Esto hace que el análisis sea más fácil si la velocidad es positiva. Para cambiar el signo, enrollar el hilo hacia arriba, pero en la dirección opuesta, o cambiar el signo de la medición, por medio del calculo rápido (dar click en la leyenda del eje vertical de la gráfica).
5. Obtener una serie de datos con signo positivo y poner el nombre de la serie: mediana.
6. Hacer el análisis de datos de la Tabla 20.2 ya sea con mínimos cuadrados o utilizar un ajuste de curva lineal para encontrar la pendiente de la línea de la velocidad angular en función del tiempo. Si los datos no pueden ser ajustados con una recta, entonces utilizar la herramienta *resaltar* (lápiz de color amarillo) para seleccionar los primeros datos (comienzo de la ejecución), dado que el movimiento es más lento y es más preciso una vez vencida la fricción estática.
7. ¿Cuál es el significado físico de la pendiente? ¿Cuáles son las unidades de esta magnitud física? ¿Cuál es el error asociado a esta magnitud?
8. Calcular la torca aplicada para la masa que cuelga por medio de la ecuación 20.3. Recuerda incluir la masa del gancho. Si las poleas están alineadas correctamente, el producto cruz será simplemente $\tau = r * F$.
9. Utilizar la ecuación 20.2 para calcular la inercia de rotación I . Simplificar las unidades en medida de lo posible. Las únicas variables a controlar deberán ser la masa y longitud.

Nota: La tensión en el hilo es ligeramente menor que el peso de la masa que cuelga, debido a la aceleración hacia abajo. Dado que esto tiene un efecto tan pequeño para este análisis, se puede ignorar.

caso	r $\pm \Delta r$ (m)	R $\pm \Delta R$ (m)	$F = m * g$ $\pm \Delta F$ (N)	$\alpha \pm \Delta \alpha$ (rad/s ²)	$\tau \pm \Delta \tau$ (N m)	$I \pm \Delta I$ (kg m ²)
caso a						
polea chica						
polea mediana						
polea grande						
caso b						
masa 0.050 kg						

Tabla 20.2: Reportar los resultados para los casos a) y b) al explorar el espacio de parámetros de la torca y de la inercia rotacional; r es el radio de cada polea y R es el radio del brazo.

Núm.	Radio brazo (R) $\pm \Delta R$ (m)	$\alpha \pm \Delta \alpha$ (rad/s ²)	$\tau \pm \Delta \tau$ (N m)	$I \pm \Delta I$ (kg m ²)
1	0.04			
2	0.06			
3	0.08			
4	0.10			
5	0.12			
6	0.14			
7	0.16			
8	0.18			
9	0.20			
10	0.22			

Tabla 20.3: Registro de datos para el caso c) con una polea fija y con la variación del radio del brazo desde 4 cm hasta 22 cm y con ello obtener aceleración angular, torca y el valor de la inercia rotacional.

10. Al terminar con la polea mediana, hacer el mismo experimento pero ahora utilizando la polea chica y posteriormente con la grande, manteniendo fijo el resto de los parámetros.
11. Obtener una serie de datos como antes. Cambiar el nombre de las series a “chica” y “grande”, respectivamente.
12. Calcular la aceleración angular ζ tiene el mismo valor para el caso de polea mediana?, ¿debería de ser igual o no? ¿Por qué?
13. Utilizar la ecuación 20.3 para calcular la nueva torca.
14. Utilizar la ecuación 20.2 para calcular la inercia de rotación I . ¿Se obtiene el mismo valor que en los casos anteriores? ¿Debería ser el mismo?

1. **Caso b) variando la fuerza (F), es decir, también varía la torca.** Al fijar el radio del brazo (R) y el radio de la polea (r , se sugiere utilizar la polea grande) ahora se explorará la variación de la masa de 100 g a 50 g.
2. Calcular la torca y la inercia de rotación y reportarlo en la Tabla 20.2.

Nota: Verifica que estés utilizando el radio respectivo de la polea de tres pasos.

1. **Caso c) Variando el radio del brazo (R), es decir, variando la inercia rotacional.** Al fijar el radio de la polea (se sugiere utilizar la polea grande) y a una masa de 100 g, ahora se explorará la variación de la inercia rotacional del sistema varilla y cilindros de latón.
2. Calcular la torca y la inercia de rotación y reportarlo en la Tabla 20.3.

Análisis de datos

1. Es posible hacer los cálculos de torca, fuerza y la inercia de rotación con el uso de la calculadora de Casptone. Recuerda que R es el radio del brazo (la posición de una de las masas de latón que es medido desde el eje de rotación) y r es el radio de la polea transparente de tres pasos.
2. ¿La gráfica es lineal? Si no lo es, ¿qué se puede hacer para linealizarla? Probar con la herramienta de *cálculo rápido* para cambiar el eje de R a R^2 (ver apéndice para más información acerca del *cálculo rápido*).
3. Utilizar un ajuste de curva para encontrar la pendiente de la línea recta. ¿Cuáles son las unidades? ¿Cuál es el significado físico de la pendiente?
4. Utilizar una balanza para medir la masa real de las dos masas de latón y compararlas con el valor calculado.
5. Calcular el valor del porcentaje de error entre la masa obtenida a partir de la gráfica y la medida en la báscula.
6. ¿Cuál es el significado físico de la intersección con el eje (ordenada al origen) de la gráfica? ¿Qué más, aparte de las masas de latón, tiene inercia?

Cuestionario³

1. Escribir una ecuación teórica para la inercia rotacional de un punto de masa M , moviéndose alrededor de un círculo de radio R . ¿Cuáles son los valores de la pendiente, de la masa real y de I ?
2. Un cilindro sólido de 23.4 kg de masa y 7.6 cm de radio tiene una cinta delgada enrollada a su alrededor. La cinta pasa sobre una polea ligera sin fricción hasta un objeto de 4.48 kg de masa que cuelga verticalmente (véase la Figura 20.4). El plano sobre el que se mueve el cilindro está inclinado a 28.3 grados sobre la horizontal. Halla a) la aceleración lineal del centro de masas del cilindro al rodar por el plano inclinado, b) la tensión en la cinta, suponiendo que no hay deslizamiento.

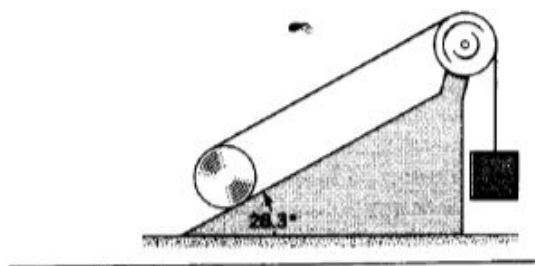


Figura 20.4: Pregunta del cuestionario acerca de un cilindro y una polea.

3. **Pregunta reto:** encontrar la expresión matemática que indique cuál de los objetos caerá más rápido por un plano inclinado en términos de su momento de inercia. Hacer una comparación cuantitativa de un cilindro sólido, un cilindro hueco, una esfera sólida o una esfera hueca. La rapidez final depende de la masa o del radio ¿Por qué? Tip: hacer uso de la conservación de la energía.

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].



21. El resorte: masas oscilantes

Introducción¹

Se le llama movimiento periódico armónico u oscilación al movimiento que se repite una y otra vez; por ejemplo, el péndulo de un reloj, la vibración de las moléculas de un cristal o al vaivén de un columpio, etcétera. Como dato histórico, el físico Max Planck utilizó el conocimiento de la mecánica clásica (la oscilación de los resortes) para resolver los problemas de la radiación del cuerpo negro en electromagnetismo y generar los primeros postulados de la mecánica cuántica. Por lo anterior, es de suma importancia comprender el fenómeno para el estudio de las ondas, el sonido, la corriente alterna y la luz. Otra aplicación es diseñar actuadores que disminuyan el impacto de las ondas sísmicas en los edificios.

Objetivos

Medir, con el sensor de movimiento y de fuerza, la posición de la masa oscilante y la fuerza, respectivamente, para determinar la constante del resorte. Comparar el periodo de oscilación medido y el valor teórico.

Objetivos específicos:

1. Definir y medir las variables independientes/dependientes, así como cuantificar su error asociado a la medición.
2. Calcular la constante de Hooke del resorte.

¹Basado en PASCO-Scientific/P41 [32].

3. Medir la frecuencia y el periodo.
4. Estudiar los movimientos periódicos.
5. Usar la herramienta *Delta* para medir el periodo.
6. Exportar datos de Pasco y graficarlos en Gnuplot/Python.

Cuestionario previo

Contestar el siguiente cuestionario inicial **sin necesidad de investigar en internet, los libros, en este manual o en cualquier otra fuente**. El objetivo de este cuestionario es hacer explícitas las ideas propias, sin contaminarlas con información externa, así como ayudar a generar hipótesis. No hay hipótesis correctas o incorrectas, lo importante es que estas ideas previas al experimento puedan ayudar como el primer paso para lograr el cambio conceptual por medio de un **acto de honestidad** al comparar las hipótesis, los resultados del experimento y el marco teórico. Por lo anterior, contestar lo siguiente:

1. ¿Cuál es la expresión matemática que describe las oscilaciones en términos de amplitud, periodo, frecuencia y frecuencia angular?
2. Si un resorte se corta a la mitad, ¿qué constante de fuerza tendrá cada mitad? Justifica tu respuesta.
3. ¿Cómo diferirá la fuerza del movimiento armónico simple usando la mitad del resorte en comparación con la frecuencia producida usando la misma masa y el resorte completo?
4. Un péndulo simple se monta en un elevador. ¿Qué sucede con el periodo del péndulo (aumenta, disminuye o no cambia) cuando el elevador a) acelera hacia arriba a 5 m/s^2 ; b) se mueve hacia arriba a 5 m/s constante; c) acelera hacia abajo a 5 m/s^2 ; d) acelera hacia abajo a 9.8 m/s^2 ? Justifica tus respuestas.
5. ¿Cómo se podría fabricar un resorte de tamaño nanométrico (nanoresortes)?
6. Las básculas pueden dividirse entre las que usan resortes y las que usan masas conocidas para equilibrar masas desconocidas. ¿Cuál grupo sería más exacto en un elevador con aceleración? ¿Y en la Luna? ¿Importa si estamos tratando de determinar masa o peso?

Fundamento teórico²

Un movimiento armónico simple puede ser generado con una fuerza de restitución como la de un resorte, tal como describe la ley de Hooke:

$$F = kx \quad (21.1)$$

Donde k es la constante de Hooke, así como x es el desplazamiento en la dirección x positivo y negativo (respecto al estado de reposo).

²Para mayor información consulta Alonso y Finn [1], Feynman, Leighton y Sands [6], Halliday, Resnick y Krane [7], Sears, Zemansky y Young [34] y Tipler y Mosca [37].

El periodo de oscilación, T , para una masa en un resorte viene dada por:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \quad (21.2)$$

Donde m es la masa oscilante y k es la constante del resorte.

El resultado anterior se obtiene al resolver la ecuación diferencial (segunda ley de Newton) con una solución periódica, tal como la función Seno:

$$x = A \operatorname{sen}(wt) \quad (21.3)$$

Donde A es la amplitud de la oscilación, w es el frecuencia de oscilación dada por $\frac{2\pi}{T}$, en un tiempo (t) dado.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número
1	Computadora con Capstone	-
1	Interfase 850	-
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Sensor de fuerza	PS-2189
1	Set de densidades	ME-8569
1	Set de resortes	ME-8999
1	Cuerda trenzada	SE-8050
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Multiabrazadera	ME-9507
1	Base para varilla	ME-8735
1	Balanza	MH-5

Tabla 21.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el video de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>

1. Usa la base, las varillas, y la multiabrazadera para apoyar el sensor de fuerza como se muestra en la Figura 21.1a.

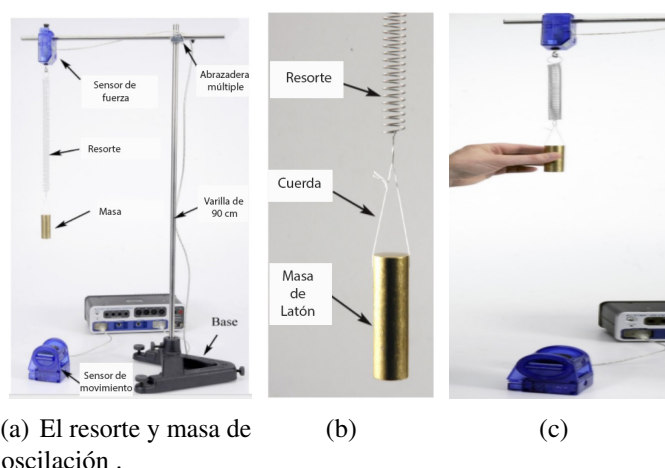
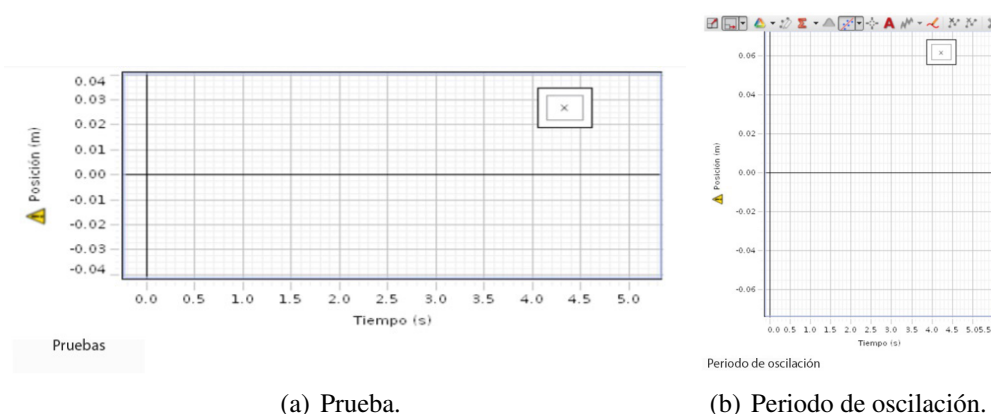


Figura 21.1: Armado del material.

2. Conectar el sensor de fuerza en el puerto P4 y detener el sensor.
3. Colocar el sensor de movimiento, como se muestra, y conectarlo al puerto P1.
4. Coloca el sensor de movimiento hacia arriba alineándolo con el sensor de fuerza.
5. Utiliza una balanza para medir la masa del cilindro de latón del set de densidades.
6. Del set de resortes, elige uno de los resortes largos y fuerte. El resorte con la constante elástica más grande debe tener una mancha de pintura roja en un extremo. Mide la masa del resorte.
7. Usando un trozo de cuerda, sujeta la masa de cobre a través del orificio como se muestra en la Figura 21.1. Cuelga la masa junto con el resorte al gancho del sensor de fuerza.
8. Deja que la masa oscile, puedes tomar algunos datos de prueba. Ajusta el sensor de movimiento si es necesario para obtener los datos continuos.
9. Haz click en el icono de propiedades (engrane) del *sensor de movimiento* que se encuentra en el menú de *Configuración del Hardware* con la masa en completo reposo y presiona el botón de puesta en cero del sensor.



(a) Prueba.

(b) Periodo de oscilación.

Figura 21.2: Gráficos.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 30 minutos.

1. Desplaza la masa del equilibrio varios centímetros y permite que oscile.
2. Toma una serie de datos de alrededor de cinco segundos.
3. Obtener la gráfica posición vs. tiempo con el sensor de movimiento.
4. Utilizar la herramienta de coordenadas para encontrar el periodo de la oscilación.
Nota: También se puede utilizar un ajuste sinusoidal para encontrar la frecuencia angular, ω , y después utilizar este valor para calcular el periodo.
5. ¿Existe una diferencia entre los datos tomados por las oscilaciones grandes y pequeñas?
6. El valor medio se encuentra en la parte inferior de la tabla. Repite el procedimiento varias veces hasta que se obtenga un valor consistente. Registrar el valor promedio.
7. Repite para los valores de la Tabla 21.2.
8. Gráfica masa vs. T (periodo).
9. Analizar los datos obtenidos con el software Capstone es práctico, pero es importante aprender a hacer el análisis por mínimos cuadrados con cualquier otro software, como hoja de cálculo, Gnuplot o Python. Para exportar y descargar los datos obtenidos en el experimento véase la Sección 22.
10. A partir del valor de la constante de ajuste hallar el valor de la constante del resorte.

Núm.	Masa $\pm\Delta M$ (kg)	$T \pm\Delta T$ (s)
1		
2		
3		
4		
5		

Tabla 21.2: Oscilación de una masa en un resorte.

Cuestionario³

1. Utilizar la ecuación 21.2 para calcular el periodo teórico y la masa del resorte.
2. Para un sistema ideal, la masa debería estar concentrada al final de un resorte con masa cero. En realidad, el resorte tiene masa y se mueve junto con la masa, ¿qué porcentaje de su masa se debe incluir? Se puede demostrar que un tercio de la masa del resorte debe ser añadido a la masa del objeto oscilante para obtener buenos resultados.
3. Volver a calcular el periodo usando la masa ajustada, ¿cambió la respuesta dada a la pregunta anterior?

³Basado en Sears, Zemansky y Young [34].

-
4. Comparar el valor teórico obtenido del final del periodo con valor que se ha medido con un error porcentual.
 5. **Peso de los astronautas.** Este procedimiento se utiliza en la realidad para “pesar” a los astronautas en el espacio. Se une una silla de 42.5 kg a un resorte y se le deja oscilar. Cuando la silla está vacía tarda 1.30 s en efectuar una vibración completa; en cambio, con un astronauta sentado en ella, sin tocar el piso con sus pies, la silla tarda 2.54 s en completar un ciclo. ¿Cuál debe ser la masa del astronauta?
 6. Considera un resorte con un extremo fijo que no obedece fielmente la ley de Hooke. Para mantenerlo estirado o comprimido una distancia x , se debe aplicar al extremo libre una fuerza sobre el eje X con componente x ; $F_x = kx - bx^2 + cx^3$. Donde $k = 100\text{ N/m}$, $b = 700\text{ N/m}^2$ y $c = 12,000\text{ N/m}^3$. Se elige una x positiva cuando se estira el resorte y negativa cuando se comprime. a) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para estirar este resorte 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? b) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para comprimirlo 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? c) ¿Es más fácil estirar o comprimir este resorte? Explica por qué en términos de la dependencia de F_x en x . (Muchos resortes reales tienen el mismo comportamiento cualitativo).



22. Apéndice

Análisis de datos

Exportar datos desde Capstone

Antes de iniciar con el análisis de los datos, explicaremos la manera de exportar los datos

- Dar click en el menú File (Archivo).
- Dar click en Export Data (Exportar Datos).
- Seleccionar el tipo de archivo: Texto (limitado por espacio) (*.dat o *.txt); CSV (Limitado por coma) (*.csv). En ciencia es muy frecuente guardar los datos en formato *.dat
- Elegir la carpeta en donde se localizará el archivo a guardar
- Dar click en Guardar.

En la siguiente sección se ofrecen ciertas pautas y explicaciones acerca de los métodos de análisis de datos. Los métodos de análisis han sido utilizados de manera implícita a lo largo de este manual, ya sea al momento de interpretar los datos de la tabla o de la gráfica. El objetivo del análisis de datos es investigar las relaciones que existen entre las variables dependientes e independientes, así como encontrar el mejor modelo que ajuste a los datos. Existen varios métodos para analizar los datos, pero en general los podemos agrupar en:

- Regresión, también conocido como ajuste.
- Herramienta *cálculo rápido* para modificar los ejes de las gráficas.

Regresión

La **regresión** consiste en asumir un modelo matemático (ecuación) que sea apropiado, es decir, que pueda describir de la mejor manera el comportamiento observado de la variable dependiente (Y_i) como función de la variable independiente (X_i). La manera más sencilla de aplicar este método es considerar la **navaja de Ockham**, también llamado **principio de parsimonia**. Este principio consiste en encontrar la explicación más simple. En este caso, la ecuación más simple es la línea recta que está descrita por:

$$Y_{teo} = mX + b \quad (22.1)$$

Siendo Y_{teo} la variable dependiente teórica, X es la variable independiente, m es la pendiente de la recta y b es la ordenada al origen. Para encontrar los valores de m y b se precisa utilizar la técnica de los **mínimos cuadrados**, y para conocer si se ha hecho un buen ajuste a los datos es necesario calcular el valor de la desviación estándar (σ) o el error de la raíz cuadrada media (RMSE) dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_{teo})^2} \quad (22.2)$$

Mínimos cuadrados

Para encontrar el valor de m (la pendiente) y b (ordenada al origen) de la línea recta que ajusta mejor a los datos, procedemos como sigue:

- Primero, σ no depende linealmente de $\sum(Y_i - Y_{teo})$ porque se podría generar un conflicto, pues, al calcular las diferencias entre las barras de error con signos opuestos y con valores muy grandes en cada i -ésima medición de Y_i , la suma de cada elemento podría anularse y tender a cero.
- Para evitar que las barras de error con signos opuestos se anulen se opta mejor por considerar el cuadrado del error, es decir, $\sum(Y_i - Y_{teo})^2$.
- Para encontrar el mínimo de la función σ se deberá sustituir la ecuación 22.1 en la ecuación 22.2.
- Se deriva σ de manera parcial con respecto a las variables m y b , y se iguala a cero para obtener:

$$N \frac{\partial \sigma^2}{\partial m} = \frac{\partial}{\partial m} \sum_{i=1}^N (Y_i - mX_i + b)^2 = 0 \quad (22.3)$$

$$N \frac{\partial \sigma^2}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^N (Y_i - mX_i + b)^2 = 0 \quad (22.4)$$

- Después de derivar y de aplicar álgebra se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$m \sum_{i=1}^N X_i^2 + b \sum_{i=1}^N X_i - \sum_{i=1}^N X_i Y_i = 0 \quad (22.5)$$

$$m \sum_{i=1}^N X_i + \sum_{i=1}^N b - \sum_{i=1}^N Y_i = 0 \quad (22.6)$$

- El resultado de resolver el sistema de ecuaciones 22.5 y 22.6 es:

$$m = \frac{N \sum_{i=1}^N X_i Y_i - (\sum_{i=1}^N X_i)(\sum_{i=1}^N Y_i)}{N \sum_{i=1}^N X_i^2 - (\sum_{i=1}^N X_i)^2} \quad (22.7)$$

$$b = \frac{(\sum_{i=1}^N X_i^2)(\sum_{i=1}^N Y_i) - (\sum_{i=1}^N X_i)(\sum_{i=1}^N X_i Y_i)}{N \sum_{i=1}^N X_i^2 - (\sum_{i=1}^N X_i)^2} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i - m \sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (22.8)$$

Evaluando el ajuste

Por último, para estimar qué tan bueno es el ajuste obtenido, es necesario calcular el valor, ya sea mediante el método del error de la raíz cuadrada media (RMSE por sus siglas Root Mean Squared Error) o la prueba χ^2 (Chi-Cuadrada o Chi-Square) o el coeficiente de correlación (r).

- **Método de error de la raíz cuadrada media (RMSE)** es expresada con la siguiente ecuación:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_{teo})^2} \quad (22.9)$$

El problema con este método es que el resultado es un número, y en buenas condiciones uno espera que este número sea pequeño, pero ¿qué significa que sea pequeño? esa ambigüedad es el principal problema para usar este método.

- **La prueba χ^2 :** Para este método usamos la siguiente ecuación:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - Y_{teo})^2}{Y_{teo}} \quad (22.10)$$

También es necesario calcular los números de grados de libertad, los cuales se obtienen al multiplicar el número de renglones menos 1 y el número de columnas menos 1, tal como se muestra a continuación: $df = (\text{renglones} - 1) \times (\text{columnas} - 1)$. Por ejemplo, para una tabla de 2x2 los grados de libertad serán:

$$df = (2 - 1) \times (2 - 1) = 1 \quad (22.11)$$

Para rechazar o aceptar el ajuste se debe comparar el valor de χ^2 con el valor crítico dado por la probabilidad y el número de grados de libertad dados en la Tabla 22.1. Por ejemplo, con una probabilidad igual a 0.05 y 1 grado de libertad, se obtiene un valor crítico de 3.841, el cual representa tener un 95 % de seguridad en que el ajuste es de buena calidad. Para probabilidades entre 0.05 y 0.01 se puede tener confianza en el ajuste, mientras que probabilidades entre 0.99 y 0.1 no tendrán un buen ajuste y se deberán de rechazar. Por ejemplo, si el valor de χ^2 es de 146.67, con 1 grado de libertad y con un nivel de 95 % de confianza, entonces $\chi^2 > 3.84$, por lo que el ajuste deberá ser rechazado. Otra gran ventaja es que este criterio está muy extendido en muchas áreas del conocimiento en donde se hacen ajustes a los datos obtenidos.

- Cuando los errores en las medidas son desconocidos, se calcula el **coeficiente de correlación lineal (r)**, el cual mide el grado de correlación lineal entre las variables. El valor de r está en el intervalo de 0 a 1. Cuando tiene un valor de 1, entonces se dice que la correlación es total, y cuando tiene un valor de 0 se dice que no hay correlación. La ecuación para calcular el valor de r es:

$$r = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{NS_{xx} - S_x^2} \sqrt{NS_{yy} - S_y^2}} \quad (22.12)$$

Donde

$$\begin{aligned}
 S_{yy} &= \sum_{i=1}^N Y_i^2 \\
 S_{xx} &= \sum_{i=1}^N X_i^2 \\
 S_{xy} &= \sum_{i=1}^N X_i Y_i \\
 S_x &= \sum_{i=1}^N X_i \\
 S_y &= \sum_{i=1}^N Y_i
 \end{aligned} \tag{22.13}$$

A los estudiantes interesados en aprender más de este tema se les sugiere consultar las siguientes referencias Baird [3] y Bevington y Robinson [4].

Cálculo rápido

Por otro lado, el **cálculo rápido** es un cambio de variable que ayuda a transformar la gráfica de una manera sencilla y rápida con el objetivo de encontrar una gráfica en donde los datos muestren una distribución lineal. Este método consiste en la modificación de los ejes de la gráfica con funciones predefinidas tales como inverso, cuadrado, cúbico, etcétera. El **cálculo rápido** está incluido en el software Capstone ([13]). Por ejemplo, en el capítulo 4 fueron analizados los datos del péndulo al seleccionar el eje de masas y luego elegir la función **cálculo rápido** (*QuickCalc*) para seleccionar la función inversa, $\frac{1}{m}$. El resultado transformará la gráfica a una distribución lineal, la cual tiene un ajuste lineal.

Chi-Square (χ^2) Distribution								
Degrees of Freedom	Area to the Right of Critical Value							
	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	—	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.071	12.833	15.086
6	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209
11	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725
12	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217
13	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141
15	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000
17	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566
21	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932
22	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289
23	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638
24	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980
25	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314
26	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642
27	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.963
28	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278
29	14.257	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588
30	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892

Figura 22.1: Prueba de Chi cuadrada (χ^2) para diferentes valores críticos y grados de libertad. Los valores críticos más confiables son 0.05, 0.025 y 0.01, que significa tener un nivel de confianza del 95 %, 97.5 % y 99 %, respectivamente.

El reporte de la práctica

Una de las mejores formas de comprender y describir la naturaleza de la ciencia es la experimentación, ya sea de manera cotidiana o de manera profesional en el trabajo experimental que se lleva a cabo en el laboratorio.

Debido a que la mayoría de los experimentos pueden tener diversas variables para observar y medir, es importante llevar un registro sistematizado, una **bitácora**, en la cual se registra el comportamiento del fenómeno físico (mediciones y sus errores) a base de tablas, gráficas, etcétera. En la bitácora se lleva el control de las variables, es decir, los efectos en la variable dependiente como consecuencia de manipular intencionalmente al resto de las variables (variables independientes). La bitácora es la base para elaborar el reporte, es útil para registrar las medidas que se obtienen durante el experimento, organizar y hacer el análisis de las mismas y esbozar patrones de comportamiento de las variables.

El **reporte** es un informe global que comunica de manera clara el contexto del experimento, las hipótesis y todo el procedimiento para hallar los descubrimientos. El reporte ayuda a que cualquier persona pueda reproducirlo y comprobarlo. La extensión del reporte debe ser la adecuada para poder describir las actividades que realizaron durante la práctica, y hacer un análisis de los resultados. El documento debe estar escrito con una nitidez tal que los compañeros de grupo, el instructor y el profesor puedan hacer una lectura fácil y entendible. Los científicos publican los resultados de sus investigaciones en revistas y libros o en repositorios públicos como *ArXiv* (<https://arxiv.org/>) o *ADS NASA* (http://adsabs.harvard.edu/ads_abstracts.html)

A continuación se presentan los elementos básicos que debe incluir el reporte del laboratorio.

Elementos básicos

Carátula

Contiene los datos de quienes realizan el experimento y la institución en la que se lleva a cabo la actividad.

1. **Título:** es un enunciado corto que debe explicar claramente el contenido del reporte.
2. **Fecha**
3. **Escuela**
4. **Nombres de los integrantes y sus respectivas actividades durante la práctica.**
5. **Incluir cinco palabras clave:** serán el eje del marco teórico. Además de ayudar a buscar rápidamente el tema central, las palabras clave sirven para enfocar las ideas hacia el tema que se está investigando, con el fin de vincularlas a lo largo del experimento.

Bases

1. **Introducción:** la introducción debe responder a la pregunta de *¿por qué se ha hecho este trabajo?* Una buena introducción es un párrafo donde se expone claramente el problema y las razones por las que lo estamos estudiando. Proporciona una concisa y apropiada discusión del problema, su significado, alcances y limitaciones, así como los conceptos y modelos matemáticos que es necesario revisar.
2. **Objetivos:** tareas concretas que hay que realizar. Valores de variables por calcular o por medir.
3. **Predicciones o hipótesis:** suposiciones hechas a partir de unos datos que sirven de base para iniciar una investigación o una argumentación. Las hipótesis de los estudiantes serán explícitas al momento de resolver el cuestionario inicial.
4. **Recursos o materiales utilizados:** se indica en lista el material requerido para el experimento, así como los instrumentos de medida necesarios. Indicar delante del instrumento la escala y precisión que se usará.
5. **Marco teórico:** es la sección que expone los conceptos, leyes y modelos matemáticos. Las preguntas que aquí se responden son:
 - ¿Cuáles son las definiciones de todos los conceptos científicos utilizados y su relación entre sí?
 - ¿Qué variables están presentes para medirse o estimarse? y ¿cuál es la relación entre las variables?
 - ¿Cómo se relacionan las variables entre sí?

El marco teórico ayuda a realizar el análisis de los datos recabados, compararlos con los resultados y la hipótesis. Se sugiere que los conceptos y modelos se presenten en un cuadro mental.

Cuerpo

1. **Desarrollo del experimento:** se explican los pasos que hay que seguir para repetir el experimento.
 - ¿Qué hiciste y cómo lo resolviste?
 - Registro de variables dependientes e independientes.
 - Registro de sus incertidumbres.
 - Todas las posibles fuentes de error.
 - Ajustes al mejor modelo.
 - Explicar cada una de las imágenes.
2. **Resultados:** se resumen los resultados.

Cierre

1. **Conclusión:** se evalúan y comparan las predicciones o hipótesis (cuestionario inicial), el marco teórico y los resultados. También se reporta si se alcanzaron los objetivos y con qué porcentaje de error. Se indica si se observó algún patrón de comportamiento. Se utiliza un lenguaje directo, claro y preciso.
2. **Discusión:** el propósito de la discusión es interpretar y comparar los resultados obtenidos. Es importante ser objetivo y enfocarse en las ventajas y desventajas del trabajo experimental. Relacionar los resultados con lo aprendido en la clase teórica o con otros medios.
 - ¿Resolviste el problema?
 - Brevemente describe las implicaciones lógicas de los resultados.
 - No repitas información ya proporcionada en el reporte, solo los resultados más importantes.

Autoreflexión

Cada estudiante responderá de manera individual:

- ¿Qué aprendí y qué me gustaría investigar más para resolver las dudas que surgieron?
- ¿Cuáles fueron los problemas que encontré y cómo los resolví o posible solución?
- ¿Por qué es importante lo que aprendí aquí?
- ¿Qué puede estar causando error en el experimento y cómo corregirlo?

Anexos

En caso de que sea necesario, al final del reporte se pueden incluir elementos que son evidencia de la experimentación, como tablas, imágenes, diagramas, mapas, etcétera.

Referencias

1. **Referencias confiables:** Usar DGB UNAM o Scholar Google.
 - Revistas científicas <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=57121297165>
 - Biblioteca y Biblio UNAM
 - Periódico, etc.
 - Textos científicos
 - Algunos artículos de Wikipedia
2. **Referencias no confiables:**
 - Rincón del Vago
 - Buenas tareas, etc.

Aquellas referencias que hayas consultado se pueden registrar en el siguiente formato.

Para citar artículos en revistas se indica en el siguiente orden:

- Nombre, hasta un máximo de seis autores, separados por comas, comenzando por su apellido y las iniciales de sus nombres, terminando en punto.
- Título del trabajo en cursivas y terminado con punto.
- Número de volumen y número, seguido por punto.
- Nombre de la revista en cursivas y luego coma. Es posible abreviar el nombre de la revista por ejemplo *Astrophysical Journal* es *ApJ*.
- Año e intervalo de páginas, todo separado por comas.
- Como ejemplos ver las referencias de este trabajo.

Para citar libros se indica en el siguiente orden:

- Autor(es) del capítulo o libro, comenzando por su apellido y las iniciales del nombre terminando en punto.
- Título del libro en cursivas, punto.
- Editorial que lo ha publicado, coma.
- Año de publicación.

Para citar páginas web se indica en el siguiente orden:

- Como en los demás casos, primero el apellido seguido de las iniciales del nombre del autor o autores, punto.
- Nombre del documento electrónico, coma.
- Año de la publicación en la web.
- La dirección electrónica (la que aparece en el navegador, antecedida de URL, dos puntos).
- Se puede agregar la fecha de consulta entre corchetes.

Bibliografía

- [1] Alonso, M. y Finn, E. J. *Física*. 4a edición. Volumen 1. Addison-Wesley, Iberoamericana, 1986 (véase páginas 23, 31, 42, 50, 58, 64, 74, 80, 88, 101, 110, 118, 127, 133, 139, 147, 153, 159, 167).
- [2] Armendariz Arnez, C., Arredondo León, Y., Briones Jurado, C. y Hernández Bernal, M. del S. *Manual de trabajo para los Laboratorios Interdisciplinarios I y II. Documento de la Licenciatura en Materiales sustentables*. ENES Morelia, UNAM, 2016 (véase páginas 9, 21).
- [3] Baird, D. C. *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos*. 2a edición. Prentice-Hall Hispanoamericana, 1991 (véase páginas 21, 176).
- [4] Bevington, P. R. y Robinson, D. K. *Data reduction and error analysis for the physical sciences*. 3a edición. McGraw-Hill, 2003 (véase páginas 13, 17, 176).
- [5] CEM (Centro Español de Metrología). *La Conferencia General de Pesas y Medidas aprueba por unanimidad una amplia revisión del sistema Internacional de Unidades*. 2018. URL: <https://www.cem.es/actualidad/la-conferencia-general-de-pesas-y-medidas-aprueba-por-unanimidad-una-amplia-revisi%C3%B3n-del-> (véase página 12).
- [6] Feynman, R. P., Leighton, R. B. y Sands, M. L. *The Feynman lectures on physics*. Addison-Wesley, 2011 (véase páginas 23, 31, 42, 50, 58, 64, 74, 80, 88, 101, 110, 118, 127, 133, 139, 147, 153, 159, 167).
- [7] Halliday, D., Resnick, R. y Krane, K. S. *Física I*. 4a edición. Volumen 1. CEA, 1993 (véase páginas 23, 31, 42, 48, 50, 58, 62, 64, 74, 80, 88, 97, 101, 106, 110, 118, 127, 131, 133, 139, 147, 153, 159, 167).

- [8] Hindrichsen, C. C., Larsen, J., Lou-Møller, R., Hansen, K. y Thomsen, E.V. *Circular Piezoelectric Accelerometer for High Band Width Application. IEEE Sensors*. 2009. URL: <https://doi.org/10.1109/ICSENS.2009.5398277> (véase página 81).
- [9] Kuhn, T. *La estructura de las revoluciones científicas*. Fondo de Cultura Económica, 1971 (véase páginas 8, 11).
- [10] Leite, Walter L., Svinicki, Marilla y Shi, Yuying. “Attempted Validation of the Scores of the VARK: Learning Styles Inventory With Multitrait–Multimethod Confirmatory Factor Analysis Models”. En: *Educational and Psychological Measurement* 70.2 (2010), páginas 323-339. DOI: 10.1177/0013164409344507 (véase página 49).
- [11] Oda Noda, B. *Introducción al análisis gráfico de datos experimentales*. 3a edición. Editorial de la Facultad de Ciencias, UNAM, 2005 (véase páginas 9, 13).
- [12] PASCO-Scientific. *Capstone video analysis*. 2017. URL: https://www.youtube.com/watch?v=ec_ycyD4fGw (véase páginas 57, 87).
- [13] PASCO-Scientific. *Introduction and 850 interfase (video)*. 2017. URL: <https://www.pasco.com/resources/video> (véase página 176).
- [14] PASCO-Scientific/P01. *Introduction to Measurement. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (01)*. 2016 (véase página 29).
- [15] PASCO-Scientific/P02. *Uncertainty and Error Analysis. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (02)*. 2016 (véase página 22).
- [16] PASCO-Scientific/P03. *Relative Motion in One Dimension. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (03)*. 2016 (véase página 40).
- [17] PASCO-Scientific/P04. *Graph Matching. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (04)*. 2016 (véase página 49).
- [18] PASCO-Scientific/P05. *Instantaneous and Average Speed. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (05)*. 2016 (véase página 56).
- [19] PASCO-Scientific/P07. *Velocity and Acceleration. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (07)*. 2016 (véase página 63).
- [20] PASCO-Scientific/P08. *Equations of Motion for Constant. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (08)*. 2016 (véase página 73).
- [21] PASCO-Scientific/P11. *Acceleration on an Inclined Plane. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (11)*. 2016 (véase página 79).
- [22] PASCO-Scientific/P12. *Projectile Motion. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (12)*. 2016 (véase página 87).
- [23] PASCO-Scientific/P15. *Newton’s 2nd Law. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (15)*. 2016 (véase página 99).
- [24] PASCO-Scientific/P23. *Coefficients of Friction. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (23)*. 2016 (véase página 109).
- [25] PASCO-Scientific/P27. *Centripetal Force. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (27)*. 2016 (véase página 117).

- [26] PASCO-Scientific/P30. *Conservation of Energy of a Simple Pendulum*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (30)*. 2016 (véase página 126).
- [27] PASCO-Scientific/P33. *Collisions in 1D*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (33)*. 2016 (véase página 132).
- [28] PASCO-Scientific/P35. *Ballistic Pendulum*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (35)*. 2016 (véase página 138).
- [29] PASCO-Scientific/P36. *Newton's 2nd Law for Rotation*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (36)*. 2016 (véase página 157).
- [30] PASCO-Scientific/P38. *Rotational Kinetic energy*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (38)*. 2016 (véase página 146).
- [31] PASCO-Scientific/P39. *Newton's 2nd Law for Rotation*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (39)*. 2016 (véase página 152).
- [32] PASCO-Scientific/P41. *Spring and Mass Oscillations*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (41)*. 2016 (véase página 166).
- [33] Scientific-American. "How does one arrive at the exact number of cycles of radiation a cesium-133 atom makes in order to define one second?" En: (). URL: <https://www.scientificamerican.com/article/how-does-one-arrive-at-th/> (véase página 12).
- [34] Sears, F. W., Zemansky, M. W. y Young, H. D. *Física Universitaria*. Addison-Wesley, 2008 (véase páginas 23, 27, 31, 38, 42, 50, 58, 64, 71, 74, 80, 88, 97, 101, 106, 110, 118, 127, 133, 137, 139, 144, 147, 151, 153, 159, 165, 167, 170).
- [35] Taylor, J. *Error Analysis. The study od uncertainties in Physical Measurements*. 2a edición. University Science Books (véase páginas 13, 17).
- [36] Thomson, W. *Popular Lectures and Addresses: Nature Series*. MacMillan, 1889 (véase página 9).
- [37] Tipler, P. A. y Mosca, G. *Física para la ciencia y la tecnología*. 1a edición. Reverté, 2010 (véase páginas 23, 31, 42, 50, 58, 64, 74, 80, 88, 101, 110, 118, 127, 133, 139, 147, 153, 159, 167).
- [38] Tovar-Zárate, L. J., Becerra, L. O. y Hernández, I. *Redefinición del kilogramo*. CENAM. 2016. URL: <http://www.cenam.mx/sm2016/pdf/1851.pdf> (véase página 12).
- [39] Tracker. *Tracker. Video Analysis and Modeling Tool*. 2017. URL: <http://physlets.org/tracker/> (véase páginas 57, 87).

Índice alfabético

A

- Aceleración 40, 63, 73, 79, 87, 99, 109
 - angular 157
 - debido a la gravedad 29, 146
- Ajuste de datos 26, 36, 61, 69, 76, 173
 - también véase análisis de datos . . . 173
- Análisis
 - de datos 22, 173
- Atwood
 - máquina 146

C

- Caída libre 87, 146
- Cifras
 - redondeo 21
 - significativas 8, 18
- Colisión
 - elástica 132
 - inelástica 132
- Correlación
 - χ^2 174
 - coeficiente de 174

D

- Datos
 - análisis 22, 173
 - Mínimos cuadrados 174
 - regresión 173

E

- Ecuación de movimiento 73, 79, 87
- Energía 132
 - cinética 126
 - conservación 126, 138, 146, 152
 - potencial 126
 - rotacional 146
- Energía rotacional 157
- Error 8, 9, 22
 - absoluto 8, 14
 - asociado a una variable 18
 - de una medida indirecta 17
 - porcentual 15
 - propagación del 16, 18
 - raíz cuadrada media 174
 - relativo 8, 15
 - véase incertidumbre 12

F	
Frecuencia	29
Fricción	
Coeficiente	109
dinámica	109
estática	109
Fuerza	73, 79, 99, 138
gravidad	87
normal	109
Fuerzas	
centrípeta	117
ficticia centrífuga	117
G	
Gráfica	49
H	
Hooke	
Ley de	166
I	
Incertidumbre	8, 22
véase error	12
Inercia	
de rotación (véase Momento de inercia)	
146	
Inercia rotacional	157
M	
Mínimos cuadrados	173
Marco de referencia inercial	40
Medición	8, 9, 11, 22
directa	12
indirecta	12
Momento	
angular	146, 152, 157
cantidad de movimiento	138
conservación	132, 138, 146
de inercia (véase Inercia de rotación)	
146, 157	
lineal	99, 132
Movimiento	
armónico simple	166
ondulatorio	166
relativo	40
Movimiento relativo	49
N	
Newton	
Segunda ley de	99, 109
segunda ley de	146
O	
Oscilaciones	
pequeñas	29, 166
P	
Péndulo	138
físico	126
Péndulo simple	29
Periodo	29, 166
Plano inclinado	56, 73, 79
Posición	49, 56
Proyectil	87
R	
Rapidez	40, 56
Resorte	166
Rotación	157
S	
Sistema Internacional de Medición	9
T	
Tiempo	49
Torca	152, 157
Trayectoria	63
V	
Velocidad	40, 49, 56, 63, 73, 79, 87, 99, 109, 138
angular	117, 146
tangencial	146



Aviso legal

Prácticas de física experimental. Mecánica de Sinhué Amos Refugio Haro Corzo (coordinador), Miguel A. Cervantes, Daniele Colosi, Luis A. Domínguez, Orlando Hernández, José Núñez y Mario Rodríguez fue publicado por la Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad Morelia.

La edición de un ejemplar (14 MB) fue preparada por el Área Editorial de la ENES, Unidad Morelia. La coordinación editorial estuvo a cargo de Cecilia López Ridaura, Thalía Servín Chávez y Dante Montoya Azpeitia. Diseño de portada: Mtro. Omar Iván Mendoza Amaro. Composición: Dr. Sinhué Amos Refugio Haro Corzo.

Primera edición electrónica en formato PDF: 16 de septiembre de 2019.

D. R. © 2019. Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, alcaldía de Coyoacán, C.P. 04510, Ciudad de México.

Escuela Nacional de Estudios Superiores Unidad Morelia. Antigua Carretera a Pátzcuaro 8701, Col. Ex Hacienda de San José de la Huerta, C. P. 58190, Morelia, Michoacán.

ISBN: 978-607-30-2224-8

Esta edición fue realizada gracias al apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE102417. La presente publicación contó con dictámenes de expertos externos de acuerdo con las normas editoriales de la ENES Morelia, UNAM. Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad Nacional Autónoma de México. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio sin autorización escrita de su legítimo titular de derechos. Hecho en México.



ENES
MORELIA

Prácticas de Física Experimental

Este libro está dirigido a los estudiantes del área 1 interesados en aprender física por medio de una diversidad de experimentos.

El autor agradece el financiamiento del Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza de la UNAM (PAPIME PE102417).